

## リーマン予想の先に見えた素数の頂 最高峰めざす数学者

🔒 有料会員記事

編集委員・佐藤武嗣 2020年9月7日 18時00分

数学の未解決問題「リーマン予想」は、三つの世紀にまたがって人類の挑戦を阻み続けている。それに50年以上取り組んでいるのが数学者の黒川信重・東工大名誉教授(68)だ。何に魅了され、どんな展望が開けつつあるのか。(編集委員・佐藤武嗣)

「そこに山があるから」——。なぜエベレスト登頂を目指すのか聞かれ、そう答えた英登山家の言葉を彷彿(ほうふつ)とさせる。

「予想が出されて161年経つが、証明に挑んだあらゆる数学者が失敗している。まさに最難関の問題だ」。黒川さんがそう語るのが、ドイツ人数学者ベルンハルト・リーマンが1859年に提唱した、素数の振る舞いに関する「リーマン予想」だ。

素数とは、2、3、5、7、11、13……のように、自分自身と1以外で割り切れない1より大きい整数。全ての整数は素因数分解されるので、素数は「数の原子」とも呼ばれる。この素数の振る舞いは実に不規則で、それを利用してクレジットカード情報や機密データの保護に「暗号」として使われている。

確かに素数の分布は不規則だが、そこに何かパターンが潜んでいるかもしれない。「個々の素数はランダムに見えるが、素数全体をみると調和している。リーマン予想の本質はそこにある」と黒川さんは語る。



地元の栃木県・下野薬師寺跡に立つ黒川信重さん=8月11日、佐藤武嗣撮影

予想の土台を築いた天才数学者・オイラーは「素数列に潜むであろう規則性を探る数学者の努力は空しく、この問題は人類には到達しえない謎のように思われる」と語る一方で、

(自然数全体に関する和)=(素数全体に関する積)

と表せることを見抜いた。リーマンはこの式を複素数に拡張して「ゼータ( $\zeta$ )関数」と名付け、 $\zeta(s)=0$ となるような複素数 $s$ は、実質的には実数の部分が $1/2$ になるものしかない、と予想した。

これが証明できれば、ある数以下の素数はおよそ何個あるか定式化できることにつながる。

米クレイ数学研究所は2000年、七つの数学未解決問題をあげ、リーマン予想に100万ドルの懸賞金をかけたが、いまだに賞金を手にした者はいない。

## より高い峰から眺める

10年前、筆者が朝日新聞GLOBEで数学を特集した際、黒川さんはリーマン予想解決まで「8合目」と語っていた。現在は最高峰に迫っているのか。期待して尋ねると、「う〜ん、何合目というのは難しいですね」と首をひねった。

「当時はリーマン予想が最高峰だと思っていたんですが、少し霧が晴れ、さらにその先におぼろげながら究極の目標が見えてきた」。道のりが陰しければ、あえてそれを一般化し、より高い峰から眺めれば、視界が開けることもある。

黒川さんは「素数が元となる整数全体を解明するには、その下の構造から調べる必要がある」と、既成概念を超越した「絶対数学」という独自の概念を導入。「整数の中で『1』だけ拾って一元体と名付け、その一元体上の数学を絶対数学という」。数学科出身の筆者でも理解するのは困難だ。

このツールを使い、リーマン予想を拡張して予想の対象を複素数の実部だけではなく、虚部まで広げたものを「深(しん)リーマン予想」といい、その新たな峰に臨んでいる。

新たな概念を採り入れたことについて「新概念や定理をひねり出しても、数学者はそれを『発明』とは言わない。それは宇宙に潜む法則の中に埋まっているものを掘り起こす、つまり『発見』する作業だからです」

「素数の全体像解明が最終目標ならば、リーマン予想自体でも5合目、深リーマン予想が7合目あたり。先は長いです」

## 宇宙の共通言語

黒川さんがリーマン予想に魅了されたのは高校3年の時。数学の月刊誌で未解決問題が紹介され、「未知の世界をのぞいて自分で解こう」。宇宙の謎を解くカギを握るかもしれない、素数にそんな魅力も感じていた。

「素数は宇宙の共通言語に違いない。宇宙の法則は全て素数に帰着する。それがピタゴラス学派の考えでした」。記録では、約2500年前、イタリア南岸に居を構えたピタゴラス学派が素数を認識。現代でも、地球外に文明があるなら素数を理解しているはずだと、地球外へのメッセージには素数が用いられる。

素数の不思議さはそれだけではない。「素数をめぐるリーマン予想の零点の分布の類似物が、物理の法則にも出現する」。ミクロの原子物理学や素粒子の現象に密接につながることも、わかってきたという。

数学者は普段、どんな生活を送り、どんな思考回路なのか。

「畳に横たわって数式を書き、『リーマン予想』という山を探検している。でも部屋の中は数式の書かれた紙が山積み。母がいくら片付けても、部屋を移動しながら紙の山を作っていました」。長女で劇作家の黒川陽子さんは、家庭内での様子をそう述懐する。

宇都宮高時代に数学トップを競い、共に東工大に進み、国際的に活躍する作曲家・ピアニストになった倉本裕基さんは「通学中の電車で『これ』と差し出されたのが彼の自作の問題だった。それから互いに問題を作り合った」と振り返る。学校や試験の問題は解けるようにできている。だから「解く」のではなく、「問題を作る」ことに2人とも興味があったという。

数学の魅力について、黒川さんは「論理に厳密でありさえすれば、何をやってもいい自由なところ」。だが、厳密な論理的思考だけではなく、既成概念を超越する独創性も求められる。

「教科書の理解も早く、試験もできた人ほど、スランプに陥ることがある。解き方も分からない問題に取り組むのが数学研究。勉強につまずいていた人の方がスラスラ行く場合もあります」

リーマン山の頂を50年以上目指し、その先の最高峰も見据える黒川さん。数式をスラスラ書いて説明する情熱的な表情から一変し、別れ際には照れ笑い。

「妻からは『懸賞金の100万ドルがまだ口座に振り込まれていないのはなぜかしら』とからかわれているんです」



地元の栃木県・下野薬師寺跡に立つ黒川信重さん=8月11日、佐藤武嗣撮影

〈くろかわ・のぶしげ〉 1952年、栃木県下野市生まれ。東京工業大理学部数学科を卒業後、東京大助教授、東京工業大教授などを経て2017年に退職。同大名誉教授。専門は数論、ゼータ関数論、絶



対数学、多重三角関数論。リーマン予想研究の第一人者で、著書に「リーマン予想の探求」「数学の夢 素数からのひろがり」「リーマン予想の今、そして解決への展望」「零和への道」など。

---

朝日新聞デジタルに掲載の記事・写真の無断転載を禁じます。すべての内容は日本の著作権法並びに国際条約により保護されています。

Copyright © The Asahi Shimbun Company. All rights reserved. No reproduction or republication without written permission.