単連結領域の正則自己写像のなす半群とそのレゾルベント

須川 敏幸 （東北大学 大学院情報科学研究科）

2022 年 8 月 31 日

D を複素平面内の単連結領域とし，F_t $(t \in [0, +\infty))$ を D からそれ自身への正則写像からなる，パラメータ t に関して連続な族とする．このような族が $F_0 = I$ および $F_s \circ F_t = F_{s+t}$ を満たすとき,（D の正則自己写像からなる）半群と呼ばれる．このとき，各 F_t が必然的に単葉となることから，Löwner 鎖の特別な場合ともみなされ，近年注目を集めている．半群に対して（D 上の広義一様収束位相に関する）極限

$$f(z) = \lim_{t \to 0+} \frac{F_t(z) - z}{t}$$

が存在することがわかり，このようにして得られる正則函数 $f : D \to \mathbb{C}$ は半群 $\{F_t\}$ の生成函数（generator）と呼ばれる．与えられた正則函数 $f : D \to \mathbb{C}$ がある半群の生成函数になるための必要十分条件を見つけることは興味深い問題であり，D が単位円板である場合には興味深い特徴づけがいくつか得られている．たとえば，Banach 空間の線形作用素がなす半群に関する Hille-Yosida の理論の類似として，正の実数 r に対してレゾルベント $J_r = (I + rf)^{-1}$ を考える．D が有界凸領域である場合には，レゾルベントの存在が f が生成函数であることを特徴づけることが知られている．本講演では，f の持つ解析的な性質とレゾルベントの持つ幾何的な性質との関係に着目し，さらに D が非有界凸領域である場合に何が起こるのか，分かっていることについて述べたい．