正標数の線型常微分方程式の数え上げについて

若林泰央（東京工業大学）

$$\frac{d^n y}{dx^n} + q_1 \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \cdots + q_{n-1} \frac{dy}{dx} + q_n y = 0$$

（$q_1, \cdots, q_n \in \mathbb{C}(x)$）と表される線型常微分方程式のなかで，「解が全て代数的であるもの」は古くから関心を持たれている対象です．その発展の歴史を繙くと, L. I. Fuchs に始まり H. A. Schwarz, P. Gordan, C. F. Klein, C. Jordan へと受け継がれてきた 1870 年代からの一連の研究を見出すことができます．一方, 正標数の場合における同様の研究は, 時を経た今もなお十分になされているとはいえません．正標数の代数曲線（cf. 下図）上で定義された微分方程式のうち, 解が（然るべき意味で）全て代数的なものは一体どれくらいあるのでしょうか．今回の講演では, この問いの背景にある「数え上げ幾何学」と, その結果として得られる明示的な「答え」をいくつか紹介する予定です．このような「数え上げ幾何学」の萌芽は, 望月新一氏による p 進 Teichmüller 理論にあります．また, その構造を記述する l 進コホモロジー的場の理論は他の数え上げ不変量（WZW 模型の Verlinde 公式, 相対 Grassmann 多様体の Gromov-Witten 不変量など）と関連付けることができるものです．それらのトピックを含め, Witten 予想（Witten-Kontsevich の定理）の類似などについても時間があれば話させていただきたいです．