

3次元被覆空間の交叉形式とカップ積

講演者： 野坂 武史 (東京工業大学)

(概要) 交叉形式とカップ積の関係は、代数幾何・トポロジーなどで正統かつ重要な量として長く研究されてきた。多様体論ではその関係を繋ぐ礎はポアンカレ双対性であって、整数環 $\mathbb{Z}$ 上のため精強かつ美しい定理が多い。さらに交叉形式は、手術理論を通じて多様体の解明に役立つ。例えば、“単連結で閉”多様体の位相型は、カップ積+特性類+ α によりだいたい決定される。(5次元以上なら, Browder, Novikov, Sullivan, Wall など, 4次元なら Freedman-Qinn の結果)。

しかし以上は定数層係数での話だが、基本群がある低次元多様体では、局所系や被覆の交叉形式は簡単ではない。実2次元でも Goldmann Lie 代数に対応し今でも研究されている。他に“L-理論”の影響から、可解版の Blanchfield ペアリングがあるが、(非可換環論が現れ) 難解である。

そんな中、近日私は3次元の局所系カップ積に興味があり、さらに被覆空間の交叉形式との関係を研究している。実際、結び目に関し、任意の局所系カップ積を絵図からの計算方式を私は与えた。さらに、結び目の巡回被覆空間の場合、当該の関係性を示す明確な式を示し、幾らか新しい具体例も計算した。本談話会では上記を概説し、今後の研究展望も述べたい。