3次元反ド・ジッター空間の一般化としての $SL(2,\mathbb{C})$

糸　健太郎　（名古屋大学大学院多元数理科学研究科）

2017 年 6 月 28 日

3 次元反ド・ジッター空間 (anti-de Sitter space) $H^{2,1}$ は負定曲率を持つローレンツ多様体であり，3 次元双曲空間 H^3 のローレンツ幾何における類似物となっている．この反ド・ジッター空間は 3 次元双曲幾何と類似の幾何が成り立つ場として，また 2 次元双曲幾何に新たな道具を提供する場として，近年盛んに研究されている．その先導的な研究としては，Mess [3]（preprint は 1990 年）によるサーストンの地震変形定理の反ド・ジッター空間を用いた別証明や，Aiyama–Akutagawa–Wan [1] から Bonsante-Schlenker [2] に至る，$H^{2,1}$ 内の空間的極大曲面と H^2 から自分自身への極小ラグランジアン写像の対応などが挙げられる．

さて $H^{2,1}$ は $PSL(2,\mathbb{R}) \cong SO_0(2,1)$ をモデルに持つが，その一般化として $PSL(2,\mathbb{C}) \cong SO_0(3,1)$ の幾何を考えて見たい．すなわち $SL(2,\mathbb{C})$ を実リー群とみなし，キリング形式で両側不変な計量を入れると，$(3,3)$ 型の擬リーマン多様体となる．この空間は定曲率ではないが，その中に全測地的部分多様体として 3 次元双曲空間 H^3 や 3 次元球面 S^3（の計量を -1 倍したもの），反ド・ジッター $H^{2,1}$ やド・ジッター空間 $S^{2,1}$（の計量を -1 倍したもの）などを含む．

本講演では，この $SL(2,\mathbb{C})$ の幾何の基本的な性質（等長変換群，全測地的部分多様体，理想境界など）を述べた後，反ド・ジッター空間 $H^{2,1}$ の理論のアナロジーについて考えていることをお話ししたい．

References

[1] R. Aiyama, K. Akutagawa and T. Y. H. Wan, *Minimal maps between the hyperbolic discs and generalized Gauss maps of maximal surfaces in the anti-de Sitter 3-space*, Tohoku Math. J. (2) 52 (2000), 415 – 429.

[2] F. Bonsante and J. M. Schlenker, *Maximal surfaces and the universal Teichmüller space*, Invent. Math. 182 (2010), 279–333.

[3] G. Mess, *Lorentz spacetimes of constant curvature*, Geom. Dedicata 126 (2007), 3–45.