数理ファイナンスに於ける確率微分方程式の弱近似手法について

二宮 祥一 東京工業大学

email: ninomiya@math.titech.ac.jp

2016/6/29

d 次元標準 Brown 運動 $B(t) = (B^1(t), \ldots, B^d(t))$ によって駆動される $\mathbb{R}^n$ 値拡散過程:

$$X(t, x) = x + \int_0^t V_0(X(s, x))\, ds + \sum_{i=1}^{d} \int_0^t V_i(X(s, x)) \circ dB^i(s)$$

と関数 $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ が与えられているとき $E\left[f(X(1, x))\right]$ を求めることを弱近似問題と言う．これは数理ファイナンスを現実に適用する際に頻出する計算である．現実に現われる数理ファイナンスの問題にはこの計算を如何にして実行するかが動機となっているものが多く存在する．そのような理由から本分野に現われる課題の理解の為には弱近似手法に関する知識は必須であり重要な問題である．弱近似の手法として現在用いられているのは Feynmann-Kac 公式により偏微分方程式に帰着させる方法 (偏微分方程式法) と $X(t, x)$ を近似する有限個の確率変数を構成して問題を有限次元の数値積分に帰着させる方法 (確率論的手法, シミュレーション法) の二つである．これらの方法は適用できる問題が互いに異なる為, 両方法とも用いられている．今回はこの後者に焦点をあて, この手法の最近の発展とその数理ファイナンスに於ける課題について述べる．具体的には, 90 年代の中頃からシミュレーション法に起った二つの進歩, 即ち準モンテカルロ法および高次離散化 (楠岡近似) について説明しさらに現在の数理ファイナンスの最新の現場での問題とこれらの手法との関係について紹介をしたい.