Holomorphic and Conformal Mappings of Once-holed Tori

增本 誠 (山口大学大学院理工学研究科)

Once-holed torus は、種数 1 の閉リーマン面 (トーラス) から 1 点を除いて得られる面と同相なリーマン面である。Once-holed torus から種数正のリーマン面の中への正則写像や等角写像 (単射正則写像) が存在するか否かという問題を考察する。

リーマン面の把手の個数をそのリーマン面の種数と呼ぶ。一般一意化定理により、種数 0 のリーマン面は、リーマン球面の中に等角に埋め込まれる。従って、種数 0 のリーマン面上の函数論は本質的に平面函数論の一部であるといっても過言ではあるまい。種数正のリーマン面、つまり、把手を有すリーマン面に関する事項こそリーマン面論の中核を構成するべきであろう。

Once-holed torus は、種数正の開リーマン面の中で位相的に最も簡単なリーマン面であり、把手そのものである。種数正のリーマン面は once-holed torus を部分領域として含む。種数 g のリーマン面は、g 個の once-holed tori を適当に貼り合わせることにより得られる。この意味で、once-holed tori は種数正のリーマン面の構成要素である。

平面函数論において局所理論は円板上で展開される。種数正のリーマン面上の函数論において, once-holed tori は円板と同様の役割を果たすと期待される。そのような研究の試みとして、冒頭に掲げた問題に関して知られている結果を紹介する。