2次元円環領域におけるLiouville-Gel'fand方程式の非球対称解の構造

菅 徹
東京工業大学大学院理工学研究科

非線形楕円型方程式の境界値問題の解構造は, 方程式に含まれるパラメータの大きさに強く依存する. そういったパラメータの大きさに応じた解構造の変化は「分岐」と呼ばれ, 対応する時間発展方程式の解の定性的性質を理解するなどの観点で非常に重要である. ところが, すべてのパラメータの値に応じて非線形問題の解構造を多重度まで含め求めるのは易しくない. 従ってパラメータがある部分的な範囲にある場合に限定したり, 球対称解 (動径方向にのみ依存する解) に限定して考察することなどがしばしばある.

本講演では, 2 次元ユークリッド空間内の円環領域における "非" 球対称解の構造を, パラメータに対し "大域的に" 決定することを考える. 特に非線形項が指数関数であるような非線形楕円型方程式 (Liouville-Gel'fand 方程式) のディリクレ境界値問題について議論する. この問題の非球対称解の構造については, 球対称解からの局所分岐 [2], およびパラメータが 0 に近づく極限での爆発解 [3, 1] が知られており, それらは分岐図式上でつながっていると予想される. この予想に示唆的な証拠を与えることが目標となる.

この目標を達成するために, 円環領域の中でも「内径が非常に小さい」円環領域を考察する. その際, Liouville-Gel'fand 方程式の非球対称解の構造を得るための手順として,

1. 内径が 0 に近づく極限での極限方程式を導出する.
2. 極限方程式の非球対称解の構造を調べる.
3. 1, 2 の手順を元に Liouville-Gel'fand 方程式の非球対称解を構成する.

の 3 つが必要となる. この手順について講演では詳しく議論する.

参考文献

[1] M. del Pino, M. Kowalczyk and M. Musso, *Singular limits in Liouville-type equations*, Calc. Var. Partial Differential Equations **24** (2005), 47–81.

[2] S.-S. Lin, *On non-radially symmetric bifurcation in the annulus*, J. Differential Equations **80** (1989), 251–279.

[3] K. Nagasaki and T. Suzuki, *Radial and nonradial solutions for the nonlinear eigenvalue problem* $\Delta u + \lambda e^u = 0$ *on annuli in* $\mathbb{R}^2$, J. Differential Equations **87** (1990), 144–168.