ミンコフスキー時空内の限界捕捉面

泉屋　周一
北海道大学　大学院理学研究院　数学部門

2011 年 7月 6 日

捕捉面 (trapped surface) はペンローズの時空特異点の存在定理の証明において本質的役割を担う概念である [4]。ペンローズの主張は簡単に言うと「ある種の条件を満たす時空において閉捕捉面が存在すると、光的測地線が完備でなくなる。言い換えると、時空特異点が存在する。」と言う主張である。たとえば、ある種のブラックホールの内部には閉捕捉面が存在して時空特異点がブラックホール内に存在する。ペンローズの「宇宙検閲仮説」によると、時空特異点はいつでもブラックホールの内部にあるであろうと予測されている。**限界捕捉面（Marginally trapped surface)** は捕捉面と非捕捉面との境界的概念で、たとえばブラックホールの表面は限界捕捉面であろうと思われている。数学的には、限界捕捉面は平均曲率ベクトルが光的な空間的曲面と定義される。一般に、限界捕捉面は、ユークリッド空間内の極小曲面、3 次元ミンコフスキー空間内の極大曲面、双曲空間やド・ジッター空間内の平均曲率一定曲面等の一般化となる。ここでは、ミンコフスキー時空内にある限界捕捉面に対して、講演者が導入した光的幾何学 [3] の立場から得られた結果について紹介する。限界捕捉面は極小曲面の一般化であることから、ワイエルシュトラス型の表現公式は最近得られている [1] が変分法的な理解はあまり進んでいないようである [2, Page 615]。ここでは、光的幾何学の立場から考えると自然に極小曲面の一般化であることが理解され、さらには、自然に変分法的な解釈が可能であることを解説する。

参考文献

[1] J. A. Aledo, J. A. Gálvez and P. Mira, *Marginally Trapped Surfaces in $\mathbb{L}^4$ and an Extended Weierstrass-Bryant Representaion*. Annals of Global Analysis and Geometry **28** (2005), 395–415.

[2] P. T. Chruściel, G. J. Galloway and D. Pollack, *Mathematical general relativity: a sampler*. Bulletin of the AMS., **47** (2010) 567–638.

[3] S. Izumiya and M. C. Romero Fuster, *The lightlike flat geometry on spacelike submanifolds of codimension two in Minkowski space*, Selecta Mathematica (NS) 13 (2007), 23–55.

[4] R. Penrose, *Gravitaional collapse and space-time singularities*, Phys. Rev. Lett. **14** (1965) 57–59.