

不定値直交群で不変な超関数について

落合啓之(名古屋大学・大学院多元数理科学研究科)

2008 年 12 月 17 日 大岡山談話会

$p+q$ 次元のユークリッド空間上に符号数 (p,q) の不定値な二次形式を考える。

この二次形式を保つ群が不定値直交群である。

不定値直交群のこの空間への自然な作用を考え、その作用で不変な関数を考える。

一般に、群の作用で不変な関数を考えるということは、第1次近似として、おおむね、群の作用の各軌道上で定数となるような関数を考えると言ってよい。

これはディリクレの意味の関数(写像としての関数)では厳密に正しい。

また、軌道の形、あるいは軌道の並び具合が整然としていれば、やはり正しい。

しかし、軌道の並び具合が不規則な点の近傍で、関数に条件を付けると一般には修正が必要である。

この問題、すなわち、群不変な関数を扱う問題を考察するにあたって、考える関数のクラスとしては連続関数、滑らかな関数だけでなく、シュワルツ超関数も一つの自然な設定である。

調和解析や表現論で intertwining 作用素のような写像をシュワルツの核定理で書き換えるという古典的な手法に基づく。

近年、無重複度(multiplicity-free)を示す新旧さまざま手法が競演されているが、この古典的な手法もいまだ健在である。

冒頭の特別な設定に戻ろう。

この談話会では、上記の不定値直交群がユークリッド空間に自然に線形に作用している場合の軌道の分解と不変超関数(distribution, hyperfunction)の第1次近似と第1次近似からのずれを平易に解説したい。