複素多様体上の多重標準束と随伴束

高山 茂晴（東京大学・大学院数理科学研究科)

2008 年 6 月 25 日 (水)

複素多様体を理解する方法の一つとして, その上の関数を調べる方法がある. 正則関数により調べる方法は $\mathbb{C}^n$ 内の領域などでは有効であるが, 多様体としての興味からは離れ, かなり解析的な研究対象となる. コンパクトな複素多様体を調べるときには, その上の微分形式やベクトル束の切断を考える. さらにコホモロジー群を調べることでより多角的な研究が可能となる. ここでは複素多様体 X の標準束 $K_X = \bigwedge^n T_X^*$ $(n = \dim X)$ やその巾である多重標準束 $K_X^{\otimes m}$, さらに一般に正則直線束 L に対して随伴束とよばれる $K_X \otimes L$ を調べることにより, X を理解することを目標とする. L をどのように取るかは, どのような X を考えたいかによるが, X が正曲率をもつ傾向にある場合には $L = K_X^*$, X が負曲率をもつ傾向にある場合には $L = K_X^{\otimes(m-1)}$, X が平坦曲率をもつ傾向にある場合には偏極をあらわす適当な L, と取る場合が多い. 上記のことについて, 使う道具と幾つかの結果を紹介する. また集中講義で講義中の以下の内容についても触れる.

代数多様体の基本的な双有理不変量として多重種数 $P_m(X) = \dim H^0(X, mK_X)$ がある. 十分大きな m に対して $P_m(X) \sim m^n$, $n = \dim X$, となるとき X は一般型とよばれる. 1 次元, 2 次元の場合をモデルとして, 高次元の場合でも一般型代数多様体の集まりは, 次元を固定すれば種々の有界性定理が成り立つことが期待されている. その現象の１つの例である次の定理について説明する. 「n 次元一般型代数多様体 X に対して, 次元 n にしかよらない数 m_n が存在して $m \geq m_n$ ならば多重標準線形系 $|mK_X|$ は双有理写像を与える. 」