Dwork の解析的加法指標と有限体上の代数多様体の有理点の個数

都築 暢夫 (広島大学)

平成 18 年 12 月 18 日・東京工業大学

X を有限体 k 上の代数多様体とし、N_r を k の r 次拡大体 k_r に対する X の k_r 有理点 $X(k_r)$ の個数とす。X のゼーター関数 $\zeta_X(t)$ は

$$\zeta_X(t) = \exp\left(\sum_{r=1}^{\infty} \frac{N_r}{r} t^r\right)$$

で与えられ、A.Weil は $\zeta_X(t)$ が有理関数であるなどの予想をたてた。Weil 予想は良いコホモロジー理論のもとで Frobenius 写像の性質とその不動点定理により解決されるという思想のもとに、20 世紀半ばの数論幾何は大きく発展した。A.Grothendieck のエタール・コホモロジーと B.Dwork による p 進解析的コホモロジーが、その代表的理論である。Dwork は 1960 年に $\zeta_X(t)$ の有理性を証明した。一方、ほぼ同じ頃、Grothendieck は重さに関する部分を除き Weil 予想を証明し、1974 年に P.Deligne が最終的に解決した。

この講演では、Dwork による $\zeta_X(t)$ の有理性の証明を追いながら p 進解析的なコホモロジー論のアイデアを紹介したい。特に、p 進解析的手法の鍵となった解析的加法指標とそれを用いた Dwork 跡公式を解説する。Dwork によるコホモロジー論は、集中講義のテーマであるリジッドコホモロジーの原型とうべきものである。

また、具体的に与えられた代数多様体の有理点の個数を速く求めることは暗号理論において重要な問題でり、p 進コホモロジーがどう応用されるかも紹介したい。