コンパクト超 Kähler 多様体の双有理型変換群

小木曽啓示

平成 18 年 10 月 2 日

2002 年に, “Salem 数あるいはその最小多項式である Salem 多項式と呼ばれる多項式に着目することにより, $K3$ 曲面の対称性を研究する. ” という新しい視点が, 複素力学系の専門家 McMullen 氏によりもたらされた. その視点から, 氏は Picard 数が 0 である $K3$ 曲面の中に非常に奇妙な無限自己同型をもつものがあることを発見した. 講演者は, 現象の意外さとともに, Salem 多項式を媒介にして, 格子の理論, 解析的整数論, 複素幾何学等が, $K3$ 曲面の理論と見事に融合されたその証明の美しさに魅了された. また期をほぼ同じくして, Voisin 女史により, “コンパクト Kähler 多様体は小変形で射影多様体に変形できるか? ”という問題 (小平の問題) に対する鮮やかな反例が与えられた. McMullen 氏の $K3$ 曲面は新しい反例の構成にも役立つ.

本講演では, $K3$ 曲面の自己同型群あるいはその忠実な高次元化であるコンパクト超 Kähler 多様体の双有理型変換群について, 氏の視点にたつことでわかってきたことを, Salem 多項式, McMullen 氏の K3 曲面等と合わせて紹介したい. 主定理は次である:

定理 1 *M を Picard 数が ρ であるコンパクト超 Kähler 多様体, G を M の双有理型変換群 $\mathrm{Bir}\, M$ の部分群とする.*

(1) M が非射影的ならば, G は階数が高々$\max(1, \rho - 1)$ の準アーベル群.

(2) M が射影的ならば, G は次 (i), (ii) のいずれかをみたす：

(i) G は階数が高々$\max(1, \rho - 2)$ の準アーベル群; (ii) G は非可換自由群 $\mathbf{Z} * \mathbf{Z}$ を部分群にもつ.

また, G の複雑さとエントロピーの関係, fiber 付けされた射影的超 Kähler 多様体の Mordell-Weil 群を用いた, 比較的階数の高いアーベル群である G を構成する方法, 比較的階数の高いアーベル群の自由積である G を構成する方法等についても述べたい。

(参考文献)

1. M. Gross, D. Huybrechts and D. Joyce, *Calabi-Yau manifolds and related geometries*, Springer-Verlag (2003).

2. C. T. McMullen, *Dynamics on K3 surfaces: Salem numbers and Siegel disks*, J. Reine Angew. Math. **545** (2002) 201–233.

3. 小木曽啓示, Salem 多項式と超 Kähler 多様体の双有理変換群 (雑誌数学の論説として出版予定).