# 確率 Volterra 方程式に従う非 Markov モデルの紹介
# —ラフボラティリティと一般化 Langevin 方程式—

濱口 雄史 (京都大学大学院理学研究科)

時間変化するランダムな現象を記述する際, 標準的なブラウン運動を用いた確率微分方程式 (Stochastic Differential Equation; SDE）は非常に強力な道具である．その一方で, 数理ファイナンスにおけるラフボラティリティモデルや統計物理における一般化 Langevin 方程式など, 通常の Markov 型 SDE では表現できないような「ブラウン運動よりも荒いサンプルパス」や「過去の履歴への依存性（記憶効果)」を持ったモデルも大きな注目を集めている．このような非 Markov 的な効果をどのようにモデル内に組み込むかは, 興味深いテーマである．

本講演で紹介する確率 Volterra 方程式（Stochastic Volterra Equation; SVE）は, 通常の SDE の構造に積分核を組み合わせた方程式であり, 次の形で記述される:

$$X_t = x(t) + \int_0^t K_b(t-s)b(X_s)\,\mathrm{d}s + \int_0^t K_\sigma(t-s)\sigma(X_s)\,\mathrm{d}W_s.$$

ここで, $x(t)$ は与えられた関数 (外力) であり, $K_b$ と $K_\sigma$ は核 (kernel) と呼ばれる関数である．核の選び方によって, SDE では表現できないようなシステムの「長期記憶性（過去の挙動への依存性)」や, サンプルパスの「ラフネス（ギザギザの度合い)」を柔軟に表現できる点が最大の特長である．

本講演では, SVE の応用としてラフボラティリティモデルと一般化 Langevin 方程式を紹介し, これらの非 Markov モデルの数理的な特徴について解説する．また, SVE の非 Markov 的な挙動の背後にある, 無限次元 Markov 過程の構造についても焦点を当て, その数学的なメカニズムを説明する．