

Fourier 変換によるノルムを用いた非切断 Boltzmann 方程式の大域解

九州大学 坂本祥太

Boltzmann 方程式は希薄気体中の粒子の運動を記述する基礎モデルで、数学的には非線型積分微分方程式に分類される。この方程式には双曲型方程式の効果を表す線型項と積分による非局所な効果を表す非線型項があり、これらの効果の大きさによって方程式の解の性質が変わってくる。また、積分作用素の積分核は単独では可積分ではなく、この特異性をどう処理するかという点が方程式の解析を難しくしている。

本講演では、この特異性を考慮に入れた場合 (非切断形という) の Boltzmann 方程式の、平衡状態周りの摂動問題における Cauchy 問題の時間大域解の一意存在について論じる。先行研究では空間変数について L^2 型の Sobolev 空間や Besov 空間を用いていた。これは内積の構造を用いるためであるが、さらに非線形項の評価で解の L^∞ ノルムを評価する必要があるため空間の微分指数はある程度高いもの (一般に次元 $/2$) を要求していた。

本講演ではこのような空間の代わりに、Fourier 級数の総和可能性、ないし Fourier 変換の可積分性によってノルムが導入されるような空間を解空間として扱うことを考える。これらの空間を扱う利点は、先述のようなノルムの評価の構造を用いる必要がなく、自然と評価が解空間のノルムのみで閉じることである。このノルムを用いて、どのようにアプリアオリ評価を得るかを解説する。

本講演の内容は以下の研究者との協同研究の内容を含む: Renjun Duan (香港中文大学)、Shuangqian Liu (華中師範大学)、Robert Strain (ペンシルバニア大学)、上田好寛 (神戸大学)。