

力学系 Mordell–Lang 問題について

講演者： 安福 悠 (日本大学理工学部)

力学系とは、ある空間 X と自己写像 ϕ を固定したときの多重合成

$$\phi^{(\circ n)} = \underbrace{\phi \circ \cdots \circ \phi}_{n \text{ 個}}$$

を考察するもので、点 P の軌道

$$\mathcal{O}_\phi(P) = \{P, \phi(P), \phi^{(\circ 2)}(P), \dots\}$$

が重要な研究対象である。空間全体がアーベル多様体でなかったとしても、 $\phi^{(\circ(n+m))} = \phi^{(\circ n)} \circ \phi^{(\circ m)}$ であることから、一つの自己写像の一つの軌道に限定すれば、アーベル多様体と似たようなことが成り立つかもしれない、という期待 (願望?) があり、アーベル多様体における定理や予想の力学系版が研究されている。

Mordell–Lang 予想とは、(準) アーベル多様体内における有限生成部分群と部分多様体の共通部分の構造を決定するもので、Faltings と Vojta により証明された。これの力学系版は次の主張である： $\phi_1, \dots, \phi_k$ を代数多様体 X 上の互いに可換な自己写像、 P を X の有理点、 Y を部分多様体としたとき、帰還集合

$$\{(n_1, \dots, n_k) \in \mathbb{N}^k : \phi_1^{(\circ n_1)} \circ \cdots \circ \phi_k^{(\circ n_k)}(P) \in Y\}$$

は、 $\mathbb{N}^k$ の部分モノイドを平行移動した形の集合の有限和集合となる。

本講演では力学系 Mordell–Lang 問題に関する様々な結果・方法を紹介する。より具体的には、線形回帰数列との関連、エタール射の場合、分解する場合、ある場合での反例などを述べたあと、valuative tree の理論を用いて最近解決されたアフィン平面上の多項式の場合に触れる。