対数的ポアソン構造と一般化された複素多様体の非障害的な変形について

後藤　竜司　（大阪大学大学院理学研究科）

通常の複素多様体の変形理論は小平ースペンサー、倉西により確立されたものであるが, この談話会では, 一般化された複素多様体の変形理論を解説する. 一般化された複素多様体は通常の複素構造とシンプレクティック構造を統一的に扱うために, ２００２年 Nijel Hitchin により導入された幾何構造である. 通常の複素多様体 X では変形の無限小変形空間は正則ベクトル場のなす層 Θ に値を持つ 1 次元コホモロジー群 $H^1(X,\Theta)$ となるが、一般化された複素多様体ではこれが拡張されて

$$H^0(X,\wedge^2\Theta)\oplus H^1(X,\Theta)\oplus H^2(X,\mathcal{O})$$

となる. ここで拡張された部分 $H^0(X,\wedge^2\Theta)$ はポアソン構造による変形であり, $H^2(X,\mathcal{O})$ は b 場による変形である. 例えば 2 次元の複素射影空間 $\mathbb{C}P^2$ は複素多様体としては変形しないが, 一般化された複素多様体としてはポアソン構造による 2 次元の変形族を持っていることなど, 新しい現象が現れる. 講演では、 対数的な C^∞ ポアソン構造の零点集合が楕円曲線となっている場合、この対数的な C^∞ ポアソン構造から導入される一般化された複素構造の変形の障害は常に消えており、その変形は楕円曲線の補集合の第二コホモロジー群で与えられることを示す. この結果により、Del Pezzo 曲面や Hirzebruch 曲面上などに、一般化された複素構造の非障害的な変形族が構成される. また、連結和 $(2k-1)\mathbb{C}P^2\#(10k-1)\overline{\mathbb{C}P^2}$ は複素構造もシンプレクティック構造も持たないが、一般化された複素構造の非障害的な変形族を持つことが示され、その次元の計算も可能となる. 時間が許せば、いくつかの Del Pezzo 曲面の一般化された複素構造のモジュライ空間の構成やノンケーラー曲面上の H ツイストされた一般化された複素構造の変形についても触れたい.

R. Goto, Unobstructed deformations of generalized complex structures induced by C^∞ logarithmic symplectic structures and logarithmic Poisson structures, arXiv:1501.03398