頂切離散附値環の分岐について

田口雄一郎 (九大数理)

標数 $p > 0$ の局所体は標数 0 の局所体の (絶対分岐指数 $\to \infty$ としたときの)「極限」である、といふ思想がある。これは最初、この様な体上の簡約代数群の表現論について D. Kazhdan が指摘し、その後 P. Deligne が頂切離散附値環の言葉で以て一つの定式化を与へた。その他、J.-M. Fontaine と J.-P. Wintenberger によるノルム体の理論も同じ思想に基いてゐる。この様な理論は、標数 $p > 0$ の局所体上では知られてゐる話を標数 0 の局所体上に移植したり、その逆をしたりする場合に便利に使はれてゐる。Deligne や Fontaine-Wintenberger の理論に於いては扱はれる完備離散附値体の剰余体は完全と仮定されてゐたが、今回、Abbes-Saito の分岐理論を用ゐる事により、一般の剰余体でも Deligne のと同様の結果が得られたので紹介する。具体的には、(1) 長さ a の頂切離散附値環 A について「A の、分岐 $\leq a$ なる拡大の圏」を定義し、(2) A が完備離散附値体 K の附値環を「頂切つた」物 $\mathcal{O}_K/\mathfrak{m}_K^a$ であるとき、上の圏が「K の、分岐 $\leq a$ なる拡大の圏」と圏同値になる事を示す。
平之内俊郎氏との共同研究。