トーリック森理論について

藤野 修
名古屋大学大学院多元数理科学研究科

$T = (\mathbb{C}^\times)^r$ を r 次元代数的トーラスと呼ぶ。T の同変コンパクト化として得られる正規代数多様体 X を r 次元完備トーリック多様体という。射影空間 $\mathbb{P}^r$ は最も簡単なトーリック多様体の例である。トーリック多様体の一般論は D. Mumford や小田忠雄らによって 70 年代に完成された。モジュライ空間のコンパクト化や退化の理論などで大活躍する理論でもある。

一方、射影的代数多様体の双有理幾何を扱うのが森理論（極小モデル理論とも言う）である。森理論は現在のところ高次元ではまだまだ完成にはほど遠い状態である。

今回のお話はトーリック多様体の双有理幾何学である。トーリック森理論は M. Reid 氏によって約 20 年前に完成されている。今や古典的な話題である。トーリック多様体は『扇』と呼ばれる組み合わせ論的なデータで完全に記述できる。トーリック多様体の双有理幾何学は扇の分割の問題に対応する。一般的に言って高次元代数多様体の双有理幾何学は非常に難しいのだが、トーリック多様体の世界では極めて簡単になる。もちろん組み合わせ論的に非常に難しい問題に遭遇することもあるが、それはまた別の問題である。トーリック多様体の端射線の長さに関する結果、それの応用（トーリック多様体上での一般化された藤田予想の解決、射影空間の特徴付けなど)、様々な例の構成、トーリック森理論の限界についてお話したいと思う。

明日以降の集中講義では [2] を解説することを目標にする。この論文によって Reid 氏によるトーリック森理論は一部の専門家だけが扱う特殊な話題ではなく、トーリック多様体の基礎知識を持つ人なら誰でも使える理論になったと思う。

References

[1] O. Fujino, Notes on toric varieties from Mori theoretic viewpint, Tohoku Math. J. (2) **55** (2003), no. 4, 551–564.
[2] O. Fujino, and H. Sato, Introduction to the toric Mori theory, Michigan Math. J. **52** (2004), no. 3, 649–665.