

題目：Kloosterman 和と 保型 L 函数の特殊値

講演者： 古澤 昌秋 （大阪市立大学大学院理学研究科）

日時： 2004 年 5 月 31 日（月）
15:20～16:20

Kloosterman 和は、1926 年にオランダの数学者 H. D. Kloosterman に
よって導入されました。指標和と呼ばれるものの一つです。定義は複雑では
なく、自然数 m, n, c に対して、

$$K(m, n, c) = \sum_{\substack{x \in \mathbb{Z}/c\mathbb{Z} \\ (x, c) = 1 \\ x\bar{x} \equiv 1 \pmod{c}}} \exp\left(2\pi\sqrt{-1} \cdot \frac{mx + n\bar{x}}{c}\right)$$

によって定まります。彼の元々の動機は、二次形式の研究にありました。しか
し、彼自身が後に発見したように、現在では数論の様々な場面に Kloosterman
和が登場し、重要な役割を果たすことが知られています。

特に一変数保型形式論においては、Poincaré 級数と呼ばれる保型形式のフー
リエ係数が、ベッセル函数と Kloosterman 和によって表されます。そこから、
保型形式についての色々な性質が Kloosterman 和の性質と結びついていきま
す。また、重さが半整数の保型形式については、Poincaré 級数のフーリエ係
数が、Salié 和と呼ばれる、Kloosterman 和を少し変形した、ある意味でより
わかりやすいもので表示されます。この事実は、重さが整数の保型形式と半
整数の保型形式の対応において、保型 L 函数の函数等式の中心における特殊
値との関係で興味深い役割を果たしました。

Poincaré 級数は、Siegel 保型形式に対しても一般化されており、そのフー
リエ係数の表示には、対称行列を変数とする一般化された Kloosterman 和が
表れることが知られています。講演者は、J. A. Shalika との共同研究におい
て、局所体上の群 $\mathrm{GSp}(4)$ のある種の軌道積分の間の、「基本補題」と呼ばれ
る等式を証明しました。それは、次数 2 の Siegel 保型形式の保型 L 函数の函
数等式の中心における値に関する Böcherer の予想を、相対跡公式によって証
明しようというプロジェクトの第一段階として行われました。我々のやった
ことは、実際のところ、上記の一般化された Kloosterman 和を、ある場合に
具体的に書ききることと同じでした。

談話会では、以上の事項に関して、話させて頂くつもりです。