

題名：ディリクレ L 関数の一階導関数の非零領域

要旨：

Yıldırım 氏が 1996 年に原始的ディリクレ指標 χ に付随するディリクレ L 関数の導関数 $L^{(k)}(s, \chi)$ の零点の性質を調べた。特に、Yıldırım 氏が $L^{(k)}(s, \chi)$ の非零領域を示し、 $L^{(k)}(s, \chi)$ の零点を、自明な零点、非自明な零点と“放浪”零点の三つに分類した。この講演では、 $L'(s, \chi)$ に対して、新たな非零領域を示し、放浪零点が存在しないことを示す。

Speiser 氏は 1935 年にリーマンゼータ関数の一階導関数が $0 < \operatorname{Re}(s) < 1/2$ で零点を持たないことがリーマン予想と同値であることを示した。この講演で、Speiser 氏のこの結果に類似する、 $L'(s, \chi)$ の零点の分布と一般化されたリーマン予想との同値条件を紹介する。

この研究は赤塚広隆氏との共同研究である。

Title: A new zero-free region for the first derivative of Dirichlet L -functions

Abstract:

Yıldırım in 1996 investigated many properties of zeros of the derivatives of Dirichlet L -functions $L^{(k)}(s, \chi)$ associated with primitive Dirichlet characters χ . Among, he proved a zero-free region for $L^{(k)}(s, \chi)$ and classified zeros of $L^{(k)}(s, \chi)$ into trivial, nontrivial, and “vagrant” zeros. In this talk, we show the nonexistence of these vagrant zeros for $L'(s, \chi)$ by showing an improved zero-free region for $L'(s, \chi)$.

Speiser in 1935 showed that the Riemann hypothesis is equivalent to the first derivative of the Riemann zeta function having no zeros on the left-half of the critical strip. In this talk, we also introduce an analogue of this equivalence condition for Dirichlet L -functions when the associated modulo is not small. Namely, we show an equivalence condition for the generalized Riemann hypothesis, stated in terms of the distribution of zeros of $L'(s, \chi)$ with not so small modulo.

This is a joint work with Prof. Hirotaka Akatsuka.