結び目のべき零的 Alexander 多項式

野坂 武史　(**Takefumi Nosaka**)

東京工業大学　理学院

結び目の~~べき零~~的 Alexander 多項式
準局所

野坂 武史　(**Takefumi Nosaka**)

東京工業大学　理学院

動機１： 非可換 Alexander 多項式の計算

動機２： メタ Alexander 多項式の定式化.

動機 1： 非可換 Alexander 多項式の計算

≒「捩れ Alexander 多項式の非可換係数版」

関連

動機 2： メタ Alexander 多項式の定式化.

動機１：　非可換 Alexander 多項式の計算

≒「捩れ　Alexander 多項式の非可換係数版」

関連
- 可解 Alexander 多項式 [Cochran]
- 可解 concordant filter[C-Orr-Teicher]
- 局所 indicable な表示 [Harvey]
- (可換上) 捩れ Alex. 多項式 [Lin, Wada]

しかし　非可換版の場合、計算例がほぼ皆無.

(※ 次数 [Friedl-Kim, Kitayama, Horn etc], 計算試み [Goda-Sakasai])

動機２：　メタ Alexander 多項式の定式化.

動機 1：　非可換 Alexander 多項式の計算

≒「捩れ　Alexander 多項式の非可換係数版」

関連
- 可解 Alexander 多項式 [Cochran]
- 可解 concordant filter[C-Orr-Teicher]
- 局所 indicable な表示 [Harvey]
- (可換上) 捩れ Alex. 多項式 [Lin, Wada]

しかし　非可換版の場合、計算例がほぼ皆無.

(※ 次数 [Friedl-Kim, Kitayama, Horn etc], 計算試み [Goda-Sakasai])

動機 2：　メタ Alexander 多項式の定式化.

難点
- 計算できそうな上手い定義が欲しい (cf.[Kitayama]).
- 非自明で定量的な値が欲しい。

注意 Kirk-Livingston の metabelian 捩れ Alexander 多項式

結果

主結果(N)

“準局所的”設定から

結び目の **Alexander** 多項式を定義した。

注意

結果

主結果(N)

“準局所的”設定から
結び目の Alexander 多項式を定義した。

注意　値は $\boldsymbol{K_1}$-群にもつ　$\Longleftarrow$　[Ranicki-Pajitnov] の結果

結果２(N)

結果

主結果(N)

“準局所的”設定から
結び目の Alexander 多項式を定義した。

注意　値は $\boldsymbol{K_1}$-群にもつ　$\Longleftarrow$　[Ranicki-Pajitnov] の結果

結果２(N)

mod $\boldsymbol{p}$ メタ Alexander 多項式を “私なりに”定義した.

$\Longrightarrow$

[Pajitnov] の Log を用いて、可換環に値を持たせた。

例　$\mathbf{3_1, 4_2, 5_2}$ の場合に計算できた。

本講演の目次

Alexander 多項式の一般化の背景

古典的 Alexander 多項式 $\overset{\text{def}}{=\!=} \boldsymbol{t}^{-g} \det(\boldsymbol{t}V - {}^{t}V) \in \mathbb{Z}[\boldsymbol{t}^{\pm 1}]$

(1)

Alexander 多項式の一般化の背景

古典的 Alexander 多項式 $\overset{\text{def}}{=\!=} t^{-g}\det(tV - {}^{t}V) \in \mathbb{Z}[t^{\pm 1}]$

(1)　可換環上では行列式が定義できる。表現で捻ろう！

成功例　捩れ Alexander 多項式　[Lin] [Wada]

(2)

Alexander 多項式の一般化の背景

古典的 Alexander 多項式 $\overset{\mathrm{def}}{=\!=}\, t^{-g}\det(tV - {}^{t}V) \in \mathbb{Z}[t^{\pm 1}]$

(1) 可換環上では行列式が定義できる。表現で捻ろう！

成功例　捩れ Alexander 多項式　[Lin] [Wada]

(2) 非可換体上では, デュドネ行列式が定義できる。

成功例　非可換 Alexander 多項式 [Cochran, Harvey]

難点　商体をとる操作が必要。非可換商体はよく解らない

Alexander 多項式の一般化の背景

古典的 Alexander 多項式 $\stackrel{\text{def}}{=\!=} t^{-g}\det(tV - {}^{t}V) \in \mathbb{Z}[t^{\pm 1}]$

(1)　可換環上では行列式が定義できる。表現で捻ろう！

成功例　捩れ Alexander 多項式　[Lin] [Wada]

(2)　非可換体上では, デュドネ行列式が定義できる。

成功例　非可換 Alexander 多項式 [Cochran, Harvey]

難点　商体をとる操作が必要。非可換商体はよく解らない

今回のアイディア

行列式が定義できる最も一般的な環の設定にしてみよう！
Lin の方法を用いれば、位相幾何的に自然だろう！

Trotter, Lin の結び目群表示 (ヒーガード分解)

Trotter, Lin の結び目群表示 (ヒーガード分解)

$\Sigma \subset S^3 \setminus K$ “正則な”種数 g の Seifert 曲面.

$V := \Sigma \times (-\epsilon, \epsilon) \cup \mathfrak{m}$ $\qquad$ $U := S^3 \setminus \Sigma$

$\Downarrow$ (ファンカンペンの定理 $S^3 \setminus K = U \cup V$)

Trotter, Lin の結び目群表示 (ヒーガード分解)

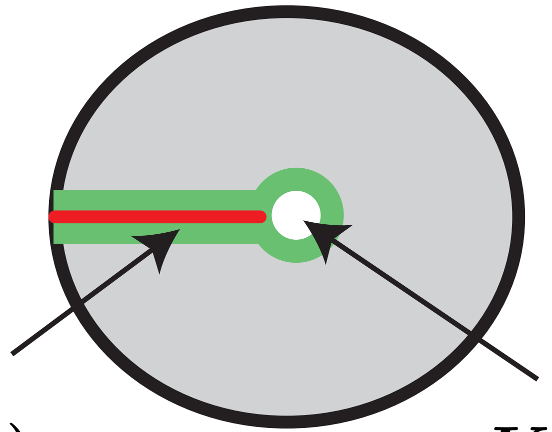
$\boldsymbol{\Sigma} \subset S^3 \setminus K$ “正則な”種数 g の Seifert 曲面.

$V := \Sigma \times (-\epsilon, \epsilon) \cup \mathfrak{m}$ $\qquad$ $U := S^3 \setminus \Sigma$

$\Downarrow$ (ファンカンペンの定理 $\;S^3 \setminus K = U \cup V$)

$\pi_1(S^3 \setminus K)$ は次の表示を持つ：$^\exists$ 語 y_i, z_i s.t.

$$\langle \mathfrak{m}, x_1, \ldots, x_{2g} \mid \mathfrak{m} y_i \mathfrak{m}^{-1} = z_i \quad (1 \leq i \leq 2g) \quad \rangle$$



Σ (赤) $\qquad$ K : 結び目

V (緑) $\qquad$ U (鼠色)

定義のアイディア

定義のアイディア

$$\pi_1(S^3 \setminus K) \cong \langle \mathfrak{m}, x_1, \ldots, x_{2g} \mid \mathfrak{m} y_i \mathfrak{m}^{-1} = z_i \quad (i \leq 2g) \quad \rangle$$

次の (Fox 微分のヤコビ) 行列を考えよう。

$$J = \left\{ \tau\left(\frac{\partial y_j}{\partial x_i}\right) - \left(\frac{\partial z_j}{\partial x_i}\right) \right\}_{1 \leq i,j \leq 2g} \in \mathrm{Mat}(2g \times 2g, \mathbb{Z}[F_{2g} \rtimes \mathbb{Z}]).$$

定義のアイディア

$$\pi_1(S^3 \setminus K) \cong \langle \mathfrak{m}, x_1, \dots, x_{2g} \mid \mathfrak{m} y_i \mathfrak{m}^{-1} = z_i \quad (i \leq 2g) \quad \rangle$$

次の (Fox 微分のヤコビ) 行列を考えよう。

$$J = \left\{ \tau\left(\frac{\partial y_j}{\partial x_i}\right) - \left(\frac{\partial z_j}{\partial x_i}\right) \right\}_{1 \leq i,j \leq 2g} \in \mathrm{Mat}(2g \times 2g, \mathbb{Z}[F_{2g} \rtimes \mathbb{Z}]).$$

Fact [Lyndon, Trotter]

次は普遍被覆空間のセル複体を与える。

$$C_2^{\text{セル}}(\widetilde{S^3 \setminus K}) \xrightarrow{J} C_1^{\text{セル}}(\widetilde{S^3 \setminus K}) \xrightarrow{1 - x_i} C_0^{\text{セル}}(\widetilde{S^3 \setminus K})$$

Fact [Trotter] 巡回無限被覆のセル複体

$$C_2^{\text{セル}}(\overline{S^3 \setminus K}) \xrightarrow{tV - {}^tV} C_1^{\text{セル}}(\overline{S^3 \setminus K}) \xrightarrow{1 - t} C_0^{\text{セル}}(\overline{S^3 \setminus K})$$

<u>定義のアイディア</u>

$$\pi_1(S^3 \setminus K) \cong \langle \mathfrak{m}, x_1, \ldots, x_{2g} \mid \mathfrak{m} y_i \mathfrak{m}^{-1} = z_i \quad (i \leq 2g) \quad \rangle$$

次の (Fox 微分のヤコビ) 行列を考えよう。

$$J = \left\{ \tau\left(\frac{\partial y_j}{\partial x_i}\right) - \left(\frac{\partial z_j}{\partial x_i}\right) \right\}_{1 \leq i,j \leq 2g} \in \mathrm{Mat}(2g \times 2g, \mathbb{Z}[F_{2g} \rtimes \mathbb{Z}]).$$

定義のアイディア

$$\pi_1(S^3 \setminus K) \cong \langle \mathfrak{m}, x_1, \dots, x_{2g} \mid \mathfrak{m} y_i \mathfrak{m}^{-1} = z_i \quad (i \le 2g) \quad \rangle$$

次の (Fox 微分のヤコビ) 行列を考えよう。

$$J = \left\{ \tau\left(\frac{\partial y_j}{\partial x_i}\right) - \left(\frac{\partial z_j}{\partial x_i}\right) \right\}_{1 \le i,j \le 2g} \in \mathrm{Mat}(2g \times 2g, \mathbb{Z}[F_{2g} \rtimes \mathbb{Z}]).$$

アイディア [N.]

R : 行列式が定義できる環.

$\rho : \mathbb{Z}[\pi_1(S^3 \setminus K)] \to R$: 群環からの環準同型

行列式 $\det \rho(J)$ は高次 Alexander 多項式を与えるだろう

準局所環上の行列式

復習 [三宅, 線形代数学]　行列式は基本変形 **I, II, III** で計算可

準局所環上の行列式

復習 [三宅, 線形代数学]　行列式は基本変形 **I, II, III** で計算可

[Dieudonné, Bass] 準局所環 $\boldsymbol{A}$ 上の正方行列では

(1) 基本変形 **I, II, III** で右上対角化可能。

(2) 対角成分で行列式を定義しても、基本変形の仕方に依らない

(3) 但し, $^{\exists}$部分乗法群 $\boldsymbol{\mathcal{V}}(\boldsymbol{A}) \subset \boldsymbol{A}^{\times}$

s.t. 行列式は $(\boldsymbol{A}^{\times}/\boldsymbol{\mathcal{V}}(\boldsymbol{A}))_{\mathrm{ab}}$ に値を持つ。

※

準局所環上の行列式

復習 [三宅, 線形代数学]　行列式は基本変形 **I, II, III** で計算可

[Dieudonné, Bass] 準局所環 $\boldsymbol{A}$ 上の正方行列では

(1) 基本変形 **I, II, III** で右上対角化可能。

(2) 対角成分で行列式を定義しても、基本変形の仕方に依らない

(3) 但し, $^{\exists}$部分乗法群 $\boldsymbol{\mathcal{V}(A) \subset A^{\times}}$

s.t. 行列式は $\boldsymbol{(A^{\times}/\mathcal{V}(A))_{\mathrm{ab}}}$　に値を持つ。

※　$\boldsymbol{(A^{\times})_{\mathrm{ab}}}$ は大概よくわからない。

※　$\boldsymbol{\mathcal{V}(A)}$ は $\boldsymbol{(1+rs)(1+sr)^{-1}}$ で生成される $\boldsymbol{A^{\times}}$ の部分群

性質

$$\boldsymbol{\det(A \cdot B) = \det(A)\det(B)}$$

準局所環とは？

定義

準局所環とは？

定義　環 $\boldsymbol{A}$ が**準局所**とは、**Jacobi** イデアル $\boldsymbol{\mathcal{J}(A)}$ で割った商環 $\boldsymbol{A/\mathcal{J}(A)}$ が半単純環である時を言う。

準局所環とは？

定義　環 A が**準局所**とは、Jacobi イデアル $\mathcal{J}(A)$ で割った商環 $A/\mathcal{J}(A)$ が半単純環である時を言う。

例たち

(1) 体は準局所。

(2) 有限群 G に対し，群環 $\mathbb{Q}[G]$ は準局所。

(3) p-群 G に対し，群環 $\mathbb{Z}/p[G]$ は準局所。

良い性質

A が準局所 $\Longrightarrow$ 形式的冪級数環 $A[\![\tau]\!]$ も準局所

今回の仮定

環準同型 $\mathbb{Z}[\pi_1(S^3 \setminus K)] \longrightarrow A[\![\tau]\!][\tau^{-1}]$ を固定し、

$^\exists$ メリディアン $\mathfrak{m}$ で $\rho(\mathfrak{m}) = \tau$ となる。

※ $\mathcal{A}(\!(\tau)\!) := A[\![\tau]\!][\tau^{-1}]$ は Novikov 環とも呼ばれる

今回の仮定

環準同型 $\mathbb{Z}[\pi_1(S^3 \setminus K)] \longrightarrow A[\![\tau]\!][\tau^{-1}]$ を固定し、
$^\exists$ メリディアン $\mathfrak{m}$ で $\rho(\mathfrak{m}) = \tau$ となる。

※ $\mathcal{A}(\!(\tau)\!) := A[\![\tau]\!][\tau^{-1}]$ は Novikov 環とも呼ばれる

これを満たす例をなす設定

- 結び目群の場合の [Cochran, Harvey]
- 体 K 上の表現 $\pi_1(S^3 \setminus K) \longrightarrow GL_n(K)$
- 有限群への準同型 $\pi_1(S^3 \setminus K) \longrightarrow G$
- mod p メタアーベル化
  $\pi_1(S^3 \setminus K) \longrightarrow H_1(\widetilde{S^3 \setminus K}; \mathbb{Z}/p) \rtimes \mathbb{Z}$

準局所的アレクサンダー多項式の定義

$$\boldsymbol{\pi}_1(\boldsymbol{S}^3 \setminus \boldsymbol{K}) \cong \langle \mathfrak{m}, \boldsymbol{x}_1, \ldots, \boldsymbol{x}_{2g} \mid \mathfrak{m} \boldsymbol{y}_i \mathfrak{m}^{-1} = \boldsymbol{z}_i \quad (\boldsymbol{i} \leq \mathbf{2}\boldsymbol{g}) \quad \rangle$$

準局所的アレクサンダー多項式の定義

$$\pi_1(S^3 \setminus K) \cong \langle \mathfrak{m}, x_1, \ldots, x_{2g} \mid \mathfrak{m} y_i \mathfrak{m}^{-1} = z_i \quad (i \le 2g) \quad \rangle$$

定義

次の行列の行列式を準局所 Alexander 多項式と呼ぶ。

$$\left\{ \tau\rho\left(\frac{\partial y_j}{\partial x_i}\right) - \rho\left(\frac{\partial z_j}{\partial x_i}\right) \right\}_{1 \le i,j \le 2g} \in \mathrm{Mat}(2g \times 2g, \mathcal{A}_\kappa((\tau))).$$

但し、値は商群 $\dfrac{\mathcal{A}_\kappa((\tau))^\times / \mathcal{V}(\mathcal{A}_\kappa((\tau)))}{\mathcal{A}^\times / \mathcal{V}(\mathcal{A})}$ に取る。

定理 (N.)

この多項式は、ヒーガード分解の取り方に依らない。

注　証明は [Lin] と粗同じ。但し N. は代数的 gap を訂正

値をもつ商群：$\boldsymbol{K}_1$ 群の議論から

値をもつ商群：K_1 群の議論から

定理 [Pajitnov-Ranicki]

商群 $\dfrac{\mathcal{A}(\!(\tau)\!)^\times/\mathcal{V}(\mathcal{A}(\!(\tau)\!))}{\mathcal{A}^\times/\mathcal{V}(\mathcal{A})}$ は次に同型。

$$\mathrm{Witt}(\mathcal{A}(\!(\tau)\!)) \oplus \widetilde{\mathrm{Nil}}_0(\mathcal{A})$$

ここで

$\mathrm{Witt}(\mathcal{A}(\!(\tau)\!)) := \{1 + a_1\tau + a_2\tau^2 + \cdots\} \subset \mathcal{A}(\!(\tau)\!)^\times_{\mathrm{ab}}$

$\widetilde{\mathrm{Nil}}_0(\mathcal{A})$: $\mathcal{A}$ 上射影有限生成加群間の
べき零的射のなす完全圏の Grothendieck 群

値をもつ商群：K_1 群の議論から

定理 [Pajitnov-Ranicki]

商群 $\dfrac{\mathcal{A}((\tau))^\times/\mathcal{V}(\mathcal{A}((\tau)))}{\mathcal{A}^\times/\mathcal{V}(\mathcal{A})}$ は次に同型。

$$\mathrm{Witt}(\mathcal{A}((\tau))) \oplus \widetilde{\mathrm{Nil}}_0(\mathcal{A})$$

ここで

$\mathrm{Witt}(\mathcal{A}((\tau))) := \{1 + a_1\tau + a_2\tau^2 + \cdots\} \subset \mathcal{A}((\tau))^\times_{\mathrm{ab}}$

$\widetilde{\mathrm{Nil}}_0(\mathcal{A})$: $\mathcal{A}$ 上射影有限生成加群間の
べき零的射のなす完全圏の Grothendieck 群

定理 [Pajitnov] Witt ベクトルからの Log

${}^\exists\mathrm{Log}$: $\mathrm{Witt}(\mathcal{A}((\tau))) \longrightarrow \prod P_i/P_{i-1}$

ここで $P_k := \mathcal{A}\tau^k / \prod[\mathcal{A}\tau^i, \mathcal{A}\tau^{k-i}]$

計算例 (8 の字結び目)

$$\langle\ \boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{x_2}, \boldsymbol{\mathfrak{m}} \mid \boldsymbol{\mathfrak{m}} \boldsymbol{x_1} \boldsymbol{\mathfrak{m}}^{-1} = \boldsymbol{x_1} \boldsymbol{x_2},\ \boldsymbol{\mathfrak{m}} \boldsymbol{x_2} \boldsymbol{\mathfrak{m}}^{-1} = \boldsymbol{x_2} \boldsymbol{x_1} \boldsymbol{x_2}\ \rangle$$

$$\Longrightarrow$$

計算例 (8 の字結び目)

$$\langle\ x_1, x_2, \mathfrak{m} \mid \mathfrak{m} x_1 \mathfrak{m}^{-1} = x_1 x_2,\ \mathfrak{m} x_2 \mathfrak{m}^{-1} = x_2 x_1 x_2\ \rangle$$

$\Longrightarrow$

$$J = \tau \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -\rho(x_1) \\ -\rho(x_2) & 1 + \rho(x_2 x_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau - 1 & -\rho(x_1) \\ -\rho(x_2) & \tau - 1 - \rho(x_2 x_1) \end{pmatrix}.$$

計算例 (8 の字結び目)

$$\langle\ x_1, x_2, \mathfrak{m} \mid \mathfrak{m}x_1\mathfrak{m}^{-1} = x_1x_2,\ \ \mathfrak{m}x_2\mathfrak{m}^{-1} = x_2x_1x_2\ \ \rangle$$

$$\Longrightarrow$$

$$J = \tau\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -\rho(x_1) \\ -\rho(x_2) & 1+\rho(x_2x_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau-1 & -\rho(x_1) \\ -\rho(x_2) & \tau-1-\rho(x_2x_1) \end{pmatrix}.$$

$$\Longrightarrow$$

$$\det(J\tau^{-1}) = \det\begin{pmatrix} \tau-1 & -\rho(x_1) \\ -\rho(x_2) & \tau-1-\rho(x_2x_1) \end{pmatrix}\tau^{-1}$$

$$= \det\begin{pmatrix} \tau-1-\rho(x_2)\rho(x_2^{-1})(\tau-1) & \rho(x_1)-(\tau-1-\rho(x_2x_1))\rho(x_2^{-1})(\tau-1) \\ \rho(x_2) & \tau-1-\rho(x_2x_1) \end{pmatrix}$$

$$= -\rho(x_2)\big(\rho(x_1)-(\tau-1-\rho(x_2x_1))\rho(x_2^{-1})(\tau-1)\big)\tau^{-1}$$

$$= \big(-\rho(x_2x_1)+1+\rho(x_2^2x_1x_2^{-1})\big)\tau^{-1}-\rho(x_2)\tau\rho(x_2^{-1})\tau^{-1}-1-\rho(x_2^2x_1x_2^{-1})+\rho(x_2)\tau^{-1}\rho(x_2^{-1})\tau^2$$

$$= \big(-\rho(x_2x_1)+1+\rho(x_2^2x_1x_2^{-1})\big)\tau^{-1}-\rho(x_1^{-1}x_2^{-1})-1-\rho(x_2^2x_1x_2^{-1})+\rho(x_1^{-1}x_2^{-}$$

注意メタアーベルの時、Log を用い非自明性を確かめた。

計算例 (三葉結び目)

$$\boldsymbol{\pi_K \cong \langle x_1, x_2, \mathfrak{m} \mid \mathfrak{m} x_1 x_2^{-1} \mathfrak{m}^{-1} = x_1,\ \mathfrak{m} x_2 \mathfrak{m}^{-1} = x_2 x_1^{-1} \ \rangle.}$$

$\Longrightarrow$

計算例 (三葉結び目)

$$\pi_K \cong \langle x_1, x_2, \mathfrak{m} \mid \mathfrak{m} x_1 x_2^{-1} \mathfrak{m}^{-1} = x_1,\ \mathfrak{m} x_2 \mathfrak{m}^{-1} = x_2 x_1^{-1} \ \rangle.$$

$\Longrightarrow$

$$J = \tau \begin{pmatrix} 1 & -\rho(x_1 x_2^{-1}) \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\rho(x_2 x_1^{-1}) & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau - 1 & -\tau\rho(x_1 x_2^{-1}) \\ \rho(x_2 x_1^{-1}) & \tau - 1 \end{pmatrix}..$$

$\Longrightarrow$

$$\det(J\tau^{-1}) = -\tau^{-1}\det \begin{pmatrix} \rho(x_2 x_1^{-1}) & \tau - 1 \\ \tau - 1 & -\tau\rho(x_1 x_2^{-1}) \end{pmatrix}$$

$$= -\tau^{-1}\det \begin{pmatrix} \rho(x_2 x_1^{-1}) & \tau - \\ \tau - 1 - (\tau - 1)\rho(x_1 x_2^{-1} x_2 x_1^{-1}) & -\tau\rho(x_1 x_2^{-1}) - (\tau - 1)^2\rho(x_1 x_2^{-1} \end{pmatrix}$$

$$= -\tau^{-1}\det \begin{pmatrix} \rho(x_2 x_1^{-1}) & \tau - 1 \\ 0 & -(\tau^2 - \tau + 1)\rho(x_1 x_2^{-1}) \end{pmatrix}$$

$$= \tau^{-1}\rho(x_2 x_1^{-1})(\tau^2 - \tau + 1)\rho(x_1 x_2^{-1}) = \tau - 1 + \tau^{-1}.$$

注意どうも ρ に依存しなさそうである。

計算例 (5_2 結び目)　(合田洋氏の助言による)

$$\langle\, x_1, x_2, \mathfrak{m} \mid \mathfrak{m} x_1^{-2} \mathfrak{m}^{-1} = x_1 x_2 x_1^{-2},\ \mathfrak{m} x_2 \mathfrak{m}^{-1} = x_1 x_2 \,\rangle.$$

$$\Longrightarrow$$

計算例 (5_2 結び目) (合田洋氏の助言による)

$$\langle\, x_1, x_2, \mathfrak{m} \mid \mathfrak{m} x_1^{-2} \mathfrak{m}^{-1} = x_1 x_2 x_1^{-2},\ \mathfrak{m} x_2 \mathfrak{m}^{-1} = x_1 x_2 \,\rangle.$$

$\Longrightarrow$

$$J = \begin{pmatrix} \tau\rho(x_1^{-1} + x_1^{-2}) - 1 + \rho(x_1x_2x_1^{-1} - x_1x_2x_1^{-2}) & \rho(x_1) \\ 1 & \tau - \rho(x_1) \end{pmatrix}.$$

$\Longrightarrow$

$\det(J\tau^{-1}) =$

$= \cdots =$ (同様の基本変形による計算)

$$= -\rho(x_1) + \big(\tau\rho(x_1^{-1} + x_1^{-2}) - 1 + \rho(x_1x_2x_1^{-1} - x_1x_2x_1^{-2})\big)(\tau - \rho(x_1))$$

注意 メタアーベルの時、Log を用い非自明性を確かめた。

まとめ

結果(N.)

準局所的な設定から、**Alexander** 多項式を行列式で定義。

mod $\boldsymbol{p}$ メタアーベル的な **Alexander** 多項式は **Log** を使う。

$\Longrightarrow \mathbf{3_1, 4_1, 5_2}$ 結び目で計算できた

いろいろ今後の課題があるので、出来次第報告したい。

まとめ

結果(N.)

準局所的な設定から、**Alexander** 多項式を行列式で定義。

mod $\boldsymbol{p}$ メタアーベル的な **Alexander** 多項式は **Log** を使う。

$\Longrightarrow \mathbf{3_1, 4_1, 5_2}$ 結び目で計算できた

いろいろ今後の課題があるので、出来次第報告したい。

Thank you