

# 曲線と曲面——微分幾何的アプローチ (裳華房) 第2版正誤表

梅原雅顕・山田光太郎

2014/03/09

---

青字は修正対象箇所, 赤字は修正後の文章.

---

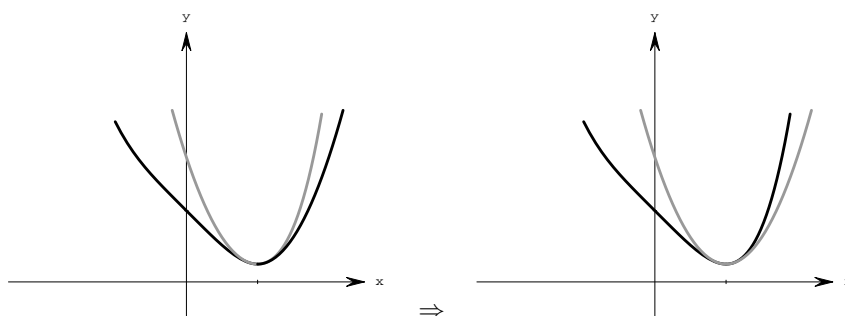
- v ページ, 下から 3-4 行目

<http://www.math.wani.osaka-u.ac.jp/group/umehara/>

<http://kotaro.math.kyushu-u.ac.jp>

⇒ <http://www.math.titech.ac.jp/~kotaro/>

- 15 ページ図 2.4 左側:



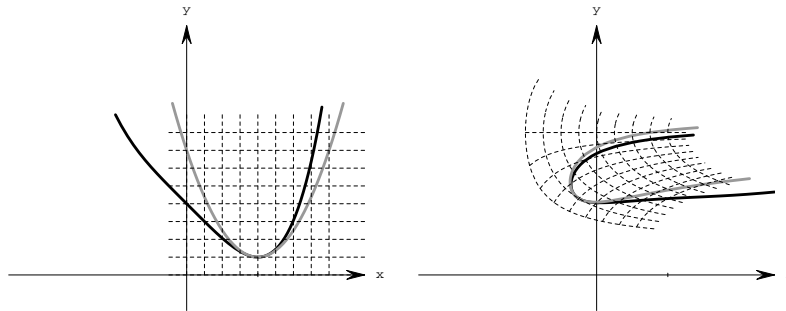
- 18 ページ, 10 行目

$$\det \begin{pmatrix} x_r & x_\theta \\ y_r & y_\theta \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \theta & -r \sin \theta \\ \sin \theta & r \cos \theta \end{vmatrix} = r \neq 0$$

$$\Rightarrow \det \begin{pmatrix} x_r & x_\theta \\ y_r & y_\theta \end{pmatrix} = \det \begin{pmatrix} \cos \theta & -r \sin \theta \\ \sin \theta & r \cos \theta \end{pmatrix} = r \neq 0$$

● 18 ページ 図 2.5 :

図を以下のものに差し換える :



● 22 ページ, 17 行目: 閉曲線 ⇒ 単純閉曲線

● 30 ページ, 2 行目

「 $\Theta(0, l) - \Theta(0, 0) = \pm\pi$ 」 ⇒ 「 $\Theta(0, l) - \Theta(0, 0) = \pi$ 」

● 33 ページ 補題 3.5 :

補題 3.5 ジェネリックな閉曲線  $\gamma$  と単純閉曲線  $\sigma$  が有限個の点で接することなく交わっていて,  $\sigma$  上には  $\gamma$  の自己交叉がないものとする. このとき,  $\gamma$  と  $\sigma$  が交わる点  $Q$  において  $\gamma$  の進行方向に対して  $\sigma$  が左側から右側へ交叉するとき,  $\text{sgn}_{\gamma, \sigma}(Q) = +1$ , 右側から左側へ交叉するとき,  $\text{sgn}_{\gamma, \sigma}(Q) = -1$  とすると, 次が成り立つ :

⇒ 補題 3.5 ジェネリックな閉曲線  $\gamma$  と単純閉曲線  $\sigma$  が有限個の点で接することなく交わっていて,  $\sigma$  上には  $\gamma$  の自己交叉がないものとする. このとき,  $\gamma$  上に基点をとり,  $\gamma$  が  $\sigma$  と交わる点  $Q$  をはじめて通るとき,  $Q$  において  $\gamma$  の進行方向に対して  $\sigma$  が左側から右側へ交叉するならば,  $\text{sgn}_{\gamma, \sigma}(Q) = +1$ , 右側から左側へ交叉するとき,  $\text{sgn}_{\gamma, \sigma}(Q) = -1$  とすると, 次が成り立つ :

● 34 ページ, 2 行目 以下を削除 :

そこで  $\gamma$  が少なくとも 1 つ自己交叉をもつとすると,  $\gamma$  は少なくとも 1 つ自己交叉のないループをもつ.

- 34 ページ 定理 3.4 の証明, 図の下:

自己交叉が  $n - 1$  個の曲線については定理が成立すると仮定し, 自己交叉が  $n$  の場合を考える. 基点  $P$  を出発して, 初めて出会う自己交叉のないループの角を  $Q_1$  とし,  $Q_1$  が正交点〔負交点〕とする. 点  $Q_1$  からそのまま進んでふたたび  $Q_1$  に戻るループの角を ( $C^\infty$  級で) 丸めてできる単純閉曲線を  $\gamma_1$ ,  $Q_1$  を右折〔左折〕してふたたび  $Q_1$  に戻るループの角を丸めてできる閉曲線を  $\gamma_2$  とする (図 3.6. 角を丸める方法については付録 B-5 の命題 5.7 参照).



自己交叉が  $n - 1$  個の曲線については定理が成立すると仮定し, 自己交叉が  $n$  の場合を考える. 自己交叉  $Q_1$  を一つ選び,  $Q_1$  からそのまま進んでふたたび  $Q_1$  に戻る曲線の部分の角を ( $C^\infty$  級で) 丸めてできる閉曲線  $\gamma_1$  が単純閉曲線となるようにすることができる. そのような自己交叉のうち, 基点  $P$  を出発して最初にあらわれるものを  $Q_1$  とすると  $\gamma_1$  は  $Q_1$  より手前の交点を通らない. 一方,  $\gamma_1$  と反対側に角を丸めてできる閉曲線を  $\gamma_2$  とする. (角を丸める方法については付録 B-5 の命題 5.7 参照).

- 34 ページ, 下から 5 行目 すると ⇒ ここで,  $Q_1$  の交点の符号に注意すると,
- 34 ページ, 下から 3 行目

$$= \text{sgn}_{P,\gamma}(Q_1) + \sum_{R: \gamma_2 \text{ 上の } \gamma_1 \text{ との交点}} \text{sgn}_{\gamma_2,\gamma_1}(R) + \sum_{S: \gamma_2 \text{ の自己交叉}} \text{sgn}_{\gamma_2,\gamma_2}(S)$$

$$\Rightarrow = \text{sgn}_{P,\gamma}(Q_1) \left( 1 + \sum_{R: \gamma_2 \text{ 上の } \gamma_1 \text{ との交点}} \text{sgn}_{\gamma_2,\gamma_1}(R) \right) + \sum_{S: \gamma_2 \text{ の自己交叉}} \text{sgn}_{\gamma_2,\gamma_2}(S)$$

- 42 ページ 5 行目: 「系 2.8 より接触の次数は」 ⇒ 「命題 2.6 より接触の次数は」
- 43 ページ 1 行目: 「 $T \circ \gamma$  は  $P$  において」 ⇒ 「 $T \circ \gamma$  は  $T(P)$  において」
- 46 ページ, 下から 5 行目  
「ただし  $a, b$  は同時には 0 にならない定数である。」 ⇒ 「ただし  $a, b$  は 0 でない定数である。」
- 48 ページ, 13 行目: 「 $e, b$  を内積すると」 ⇒ 「 $e, n, b$  を内積すると」
- 48 ページ, 脚注 2)  
「フレネ」 ⇒ 「フルネ」
- 50 ページ, 2 行目  
「 $\mathcal{F}(s)$  は  $s$  によらない定数行列」 ⇒ 「 $\mathcal{F}(s)^t(\mathcal{F}(s))$ 」は  $s$  によらない定数行列」
- 62 ページ, 6 行目:  $\varphi(u, v) \Rightarrow \varphi(\xi, \eta)$
- 77 ページ, 15 行目:  $z$  のまわり ⇒  $z$  軸のまわり

- 79 ページ下から 4 行目 :

「とくに  $a = 1$  で  $b = 0$  のとき」  $\Rightarrow$  「とくに  $a = 0$  で  $b = 1$  のとき」

- 79 ページ (8.11) 式 :

$$x(u) = e^u, z(u) = \int_0^u \sqrt{1 - e^{2t}} dt \quad \Rightarrow \quad x(u) = e^{-u}, z(u) = \int_0^u \sqrt{1 - e^{-2t}} dt$$

- 95 ページ, 9 行目

$$\left. \frac{\partial \mathcal{L}(\gamma_w)}{\partial w} \right|_{w=0} \quad \Rightarrow \quad \left. \frac{d\mathcal{L}(\gamma_w)}{dw} \right|_{w=0}$$

- 95 ページ, 14 行目

$$\left. \frac{\partial \mathcal{L}(\gamma_w)}{\partial w} \right|_{w=0} \quad \Rightarrow \quad \left. \frac{d\mathcal{L}(\gamma_w)}{dw} \right|_{w=0}$$

- 101 ページ下から 4 行目 : 「 $2\pi n = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_j} (T_{i,j} \mathcal{O} \dots)$ 」  $\Rightarrow$  「 $2\pi n = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_i} (T_{i,j} \mathcal{O} \dots)$ 」

- 103 ページ下から 4 行目 :

$$d_E(P, Q) := \sqrt{(u_1 - v_1)^2 + (u_2 - v_2)^2} \quad \Rightarrow \quad d_E(P, Q) := \sqrt{(u_1 - u_2)^2 + (v_1 - v_2)^2}$$

- 116 ページ, 2 行目, 3 行目; 右側

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \hat{u}}{dt^2}(t) &= c^2 \frac{du}{dt}(ct; \xi, \eta), & \Rightarrow & \quad \frac{d^2 \hat{u}}{dt^2}(t) = c^2 \frac{d^2 u}{dt^2}(ct; \xi, \eta), \\ \frac{d^2 \hat{v}}{dt^2}(t) &= c^2 \frac{dv}{dt}(ct; \xi, \eta) & & \quad \frac{d^2 \hat{v}}{dt^2}(t) = c^2 \frac{d^2 v}{dt^2}(ct; \xi, \eta) \end{aligned}$$

- 116 ページ 13 行目 (補題 11.7 の証明 3 行目): 「 $\xi^2 + \eta^2 < \varepsilon$ 」  $\Rightarrow$  「 $\xi^2 + \eta^2 < \varepsilon^2$ 」

- 116 ページ 14 行目 (補題 11.7 の証明 4 行目): 「 $(\xi/\delta)^2 + (\eta/\delta)^2 < \tilde{\varepsilon}$ 」  $\Rightarrow$  「 $(\xi/\delta)^2 + (\eta/\delta)^2 < \tilde{\varepsilon}^2$ 」

- 117 ページ, 下から 8 行目

「 $(r, \theta)$  を考える十分小さい正の数」  $\Rightarrow$  「 $(r, \theta)$  を考える . 十分小さい正の数」

- 120 ページ (12.2) 式と (12.3) 式を入れ替える .

- 128 ページ, 2 行目

$$\mu(e_1)e_1 - \mu(e_2)e_2 - [e_1, e_2] \quad \Rightarrow \quad \mu(e_1)e_1 + \mu(e_2)e_2 - [e_1, e_2]$$

- 128 ページ, 3 行目 「(12.3), (12.1) と 補題 13.1 より」  $\Rightarrow$  「(12.2), (12.1) と 補題 13.1 より」

- 128 ページ, 4 行目

$$\omega_1(\mu(e_1)e_1 - \mu(e_2)e_2 - [e_1, e_2]) \quad \Rightarrow \quad \omega_1(\mu(e_1)e_1 + \mu(e_2)e_2 - [e_1, e_2])$$

- 128 ページ, 下から 11 行目

ともに (13.10) をみtasることから  $\Rightarrow$  ともに (13.11) をみtasることから

- 132 ページ, 14 行目

「領域  $D$  のオイラー数である (図 13.2) .」 $\Rightarrow$  「領域  $D$  のオイラー数である .」  
(図 13.2 の引用を削除)

- 134 ページ, 10 行目

$$X_4 = (u^2 - v^2) \frac{\partial}{\partial u} - 2uv \frac{\partial}{\partial v} \quad \Rightarrow \quad X_4 = (u^2 - v^2) \frac{\partial}{\partial u} + 2uv \frac{\partial}{\partial v}$$

- 135 ページ下から 4 行目:

「 $f$  を  $S$  から  $M$  へのはめ込みという」 $\Rightarrow$  「 $p$  を  $S$  から  $M$  へのはめ込みという」

- 150 ページ下から 2 行目:

「一定な平均曲率をもつ曲率の臍点は」 $\Rightarrow$  「一定な平均曲率をもつ曲面の臍点は」

- 151 ページ, 脚注 4 の 2 行目: 図 15.1  $\Rightarrow$  図 15.1 左

- 152 ページ 11 行目:

「この  $Y_j(t)$  が  $t=0$  から  $t=1$  まで変化するまでの回転数」  
 $\Rightarrow$  「この  $Y_j(t)$  が  $t=0$  から  $t=l$  まで変化するまでの回転数」  
(「1(いち)」を「 $l$ (エル)」に)

- 152 ページ, 13 行目:  $\gamma(t)$  から測った  $\Rightarrow \dot{\gamma}(t)$  から測った

- 170 ページ 下から 3 行目:

$$\det(\mathbf{a}, \tilde{\mathbf{b}}, \mathbf{c}) = \det(\mathbf{a}, \tilde{\mathbf{b}}, \tilde{\mathbf{c}}) = |\mathbf{a}| |\tilde{\mathbf{b}}| |\tilde{\mathbf{c}}| \det \begin{pmatrix} \mathbf{a} & \tilde{\mathbf{b}} & \tilde{\mathbf{c}} \\ |\mathbf{a}| & |\tilde{\mathbf{b}}| & |\tilde{\mathbf{c}}| \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \det(\mathbf{a}, \tilde{\mathbf{b}}, \mathbf{c}) = \det(\mathbf{a}, \tilde{\mathbf{b}}, \tilde{\mathbf{c}}) = |\mathbf{a}| |\tilde{\mathbf{b}}| |\tilde{\mathbf{c}}| \det \begin{pmatrix} \mathbf{a} & \tilde{\mathbf{b}} & \tilde{\mathbf{c}} \\ |\mathbf{a}| & |\tilde{\mathbf{b}}| & |\tilde{\mathbf{c}}| \end{pmatrix}$$

- 174 ページ 10,11 行目:

$$\begin{aligned} (\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c})) \cdot \mathbf{c} &= (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) \cdot (\mathbf{c} \times \mathbf{a}) = (\mathbf{c} \times (\mathbf{c} \times \mathbf{a})) \cdot \mathbf{b} \\ &= ((\mathbf{c} \cdot \mathbf{a})\mathbf{c} - |\mathbf{c}|^2 \mathbf{a}) \cdot \mathbf{b} = (\mathbf{c} \cdot \mathbf{a})(\mathbf{c} \cdot \mathbf{b}) + |\mathbf{c}|^2 (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) \\ \Rightarrow (\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c})) \cdot \mathbf{c} &= (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) \cdot (\mathbf{c} \times \mathbf{a}) = (\mathbf{c} \times (\mathbf{c} \times \mathbf{a})) \cdot \mathbf{b} \\ &= ((\mathbf{c} \cdot \mathbf{a})\mathbf{c} - |\mathbf{c}|^2 \mathbf{a}) \cdot \mathbf{b} = (\mathbf{c} \cdot \mathbf{a})(\mathbf{c} \cdot \mathbf{b}) - |\mathbf{c}|^2 (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) \end{aligned}$$

- 174 ページ 14 行目:

「 $(\mathbf{b} \cdot \mathbf{c})\gamma + |\mathbf{c}|^2 \delta = (\mathbf{c} \cdot \mathbf{a})(\mathbf{c} \cdot \mathbf{b}) + |\mathbf{c}|^2 (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})$ 」 $\Rightarrow$  「 $(\mathbf{b} \cdot \mathbf{c})\gamma + |\mathbf{c}|^2 \delta = (\mathbf{c} \cdot \mathbf{a})(\mathbf{c} \cdot \mathbf{b}) - |\mathbf{c}|^2 (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})$ 」

- 186 ページ, 9 行目

$$\lim_{u \rightarrow \pm \frac{\pi}{2}} \eta = \pm \infty \quad \Rightarrow \quad \lim_{v \rightarrow \pm \frac{\pi}{2}} \eta = \pm \infty$$

- 189 ページ, 一番下

$$p(u, v) = (a \cos u, b \sin u, v) \pm v(-a \sin u, b \cos u, c)$$

$$\Rightarrow \quad p(u, v) = (a \cos u, b \sin u, v) + v(-a \sin u, b \cos u, \pm c)$$

- 191 ページ 12 行目:

$$\sigma(u) := \gamma(u) + \frac{c(u)}{a(u)} \xi(u)$$

とおくと, ...

$$\Rightarrow \quad \sigma(u) := \gamma(u) + \frac{c(u)}{a(u)} \xi(u)$$

とおくと,  $\xi, \dot{\xi}$  の 1 次独立性より  $b/a, c/a$  はともに  $C^\infty$  級関数になり,

- 193 ページ, (4.8) 式  $G = p_v \cdot p_v \Rightarrow G = p_v \cdot p_v$  (コンマを中点に)

- 193 ページ下から 8 行目:

$$\text{「} q_v = \xi = (\cos \theta) \dot{\sigma} + (\sin \theta) \mathbf{n} \text{」} \Rightarrow \text{「} q_v = \eta = (\cos \theta) \dot{\sigma} + (\sin \theta) \mathbf{n} \text{」}$$

- 198 ページ 8 行目: 「逆関数定理 (A-1 の定理 1.4)」 $\Rightarrow$  「逆関数定理 (A-1 の定理 1.5)」

- 201 ページ, 13 行目

(6.1) が成り立つことがわかる . 式

(6.1) はフルネの公式と §2 の (2.7) 式をあわせれば, 直接計算でも示せる .

$\Rightarrow$

(6.1) が成り立つ . ただし  $\tilde{\gamma}$  に特異

点があると, ここでの  $\mathbf{n}$  は  $\tilde{\gamma}$  の左側から右側に变化する可能性がある .

- 202 ページ下から 9 行目: 「 $\kappa_n = \gamma'' \cdot \nu = -\gamma' \cdot \nu$ 」 $\Rightarrow$  「 $\kappa_n = \gamma'' \cdot \nu = -\gamma' \cdot \nu'$ 」

- 206 ページ, §1 問題 3 の解答 ~

...  $x = \varepsilon^2 \cos^2 t$  とおき,  $0 < \sqrt{1 - \theta \varepsilon^2 \cos^2 t} < 1$  に注意すれば,

$$\pi \left( 2 - \frac{1}{2} \varepsilon^2 - \frac{3}{32} \varepsilon^4 \right) < \int_0^{2\pi} \sqrt{1 - \varepsilon^2 \cos^2 t} dt < \pi \left( 2 - \frac{1}{2} \varepsilon^2 \right)$$

となる .

...  $x = \varepsilon^2 \cos^2 t$  とおき,  $\varepsilon < 1/3$  のとき  $8/9 < \sqrt{1 - \varepsilon^2} < \sqrt{1 - \theta \varepsilon^2 \cos^2 t}$  に注意すれば,

$\Rightarrow$

$$\pi \left( 2 - \frac{1}{2} \varepsilon^2 - \frac{27}{256} \varepsilon^4 \right) < \int_0^{2\pi} \sqrt{1 - \varepsilon^2 \cos^2 t} dt < \pi \left( 2 - \frac{1}{2} \varepsilon^2 \right)$$

となる .

- 207 ページ, §8 問題 8 (3) の解答の 2 行目:

「さらに  $\kappa(0) = \dot{f}(0)$ ,  $\dot{\kappa}(0) = \ddot{f}(0)$ 」 $\Rightarrow$  「さらに  $\kappa(0) = \dot{f}(0)$ ,  $\dot{\kappa}(0) = \ddot{f}(0)$ 」

- 209 ページ 3 行目 (問題 5 の解答):

$$w = re^{i\theta} \left( z + \left( -\frac{q}{p} \right) \right) \Rightarrow w = re^{i\theta} \left( z + \frac{q}{p} \right)$$

- 211 ページ, §8, 問題 4 の解答:

1. 楕円放物面

$$K = \frac{4}{a^4 b^4 (1 + 4x^2/a^4 + 4y^2/b^4)^2} \Rightarrow K = \frac{4}{a^2 b^2 (1 + 4x^2/a^4 + 4y^2/b^4)^2}$$

2. 双曲放物面

$$K = -\frac{4}{a^4 b^4 (1 + 4x^2/a^4 + 4y^2/b^4)^2} \Rightarrow K = -\frac{4}{a^2 b^2 (1 + 4x^2/a^4 + 4y^2/b^4)^2}$$

- 212 ページ, §8 問題 4 の解答 (5) 二葉双曲面

$$K = -a^2 b^2 c^2 / \Delta^4 \Rightarrow K = a^2 b^2 c^2 / \Delta^4$$

$$H = \frac{abc}{2\Delta^3} \{a^2(\cosh^2 u \cos^2 v - \sin^2 v) + b^2(\cosh^2 u \sin^2 v - \cos^2 v) + c^2 \sinh^2 u\}$$

$$\Rightarrow H = \frac{abc}{2\Delta^3} \{a^2(\cosh^2 u \cos^2 v + \sin^2 v) + b^2(\cosh^2 u \sin^2 v + \cos^2 v) + c^2 \sinh^2 u\}$$

北海道教育大学の宮本幸紀さんに御指摘いただきました

- 213 ページ, §9 の問題 3 (3) の解答: 「 $\lambda_u p_u - \lambda_v p_v = 0$ 」 $\Rightarrow$  「 $\lambda_u p_v - \lambda_v p_u = 0$ 」

- 213 ページ, §10 の問題 2 の解答 4 行目の式:

$$\gamma''(s) = u''(s)p_u + v''(s)p_v + (u'(s))^2 \nu \Rightarrow \gamma''(s) = u''(s)p_u + v''(s)p_v + R(v'(s))^2 \nu$$

- 213 ページ, §10 の問題 2 の解答 5 行目: 「 $R^2(u')^2 + (v')^2 = 1$ 」 $\Rightarrow$  「 $(u')^2 + R^2(v')^2 = 1$ 」

- 213 ページ, §10 の問題 2 の解答 7 行目:

「とくに  $a = 0$  のときは母線,  $a \neq 0$  のときはつるまき線である」

$\Rightarrow$  「とくに  $c = 0$  のときは母線,  $c \neq 0$  のときはつるまき線である」

- 214 ページ, §12 の問題 1 の解答

以下に差し替え:

(12.1) と (12.2) から (12.3) を導くのはそれほど難しくない. ただし  $d\alpha$  が性質

$$d\alpha(fX, Y) = f\alpha(X, Y)$$

を満たすことも確かめる必要がある. そのためには, ベクトル場の交換子積の性質

$$[fX, Y] = f[X, Y] - df(Y)X$$

を用いる.

- 215 ページ, 上から 3 行目 :

$$\int_{\gamma_1} \alpha - \int_{\gamma_2} \alpha = \int_{\gamma} \alpha = \int_D d\alpha = 0 \quad \Rightarrow \quad \int_{\gamma_1} \alpha - \int_{\gamma_2} \alpha = \int_{\gamma} \alpha = \int_{\Omega} d\alpha = 0$$

- 217 ページ, 付録 B-3 問題 1 の解答

$$\eta = \log(\tan(u/2 + \pi/4)) \text{ から } \cos^2 u = 1/\cosh^2 \eta$$

$$\Rightarrow \eta = \log(\tan(v/2 + \pi/4)) \text{ から } \cos^2 v = 1/\cosh^2 \eta$$

- 225 ページ, 梅原の略歴

筑波大学助手, 大阪大学助教授, 広島大学教授を経て, 現在 大阪大学 教授  $\Rightarrow$

筑波大学助手, 大阪大学助教授, 広島大学教授, 大阪大学教授を経て, 現在 東京工業大学 教授

- 225 ページ, 山田の略歴

慶應義塾高等学校教諭, 熊本大学講師・助教授を経て, 現在九州大学 教授

$\Rightarrow$

慶應義塾高等学校教諭, 熊本大学講師・助教授, 九州大学教授を経て, 現在 東京工業大学 教授