

Fast Diffusion 方程式とその解の漸近形について

赤木 剛朗

東北大学大学院理学研究科数学専攻

goro.akagi@tohoku.ac.jp

Abstract

プラズマの特異拡散現象を記述する Fast diffusion 方程式では, 拡散係数が解の減衰と共に発散する. そのため, 有界領域に於ける斉次ディリクレ境界条件の下では, 拡散過程が有限時間で完了し, 解は領域全体で零になる. Berryman-Holland ('80) は, そのような消滅解の (グラフの) 漸近形を決定し, その漸近形が初期値によらず一意に定まる場合には, それが大域安定であることを証明した. その後も, 高次元を含むより一般的な状況下で, 解ごとに漸近形が一意に定まるかという問題や収束の位相の改善等について緻密な解析が行われてきたが, 一方で漸近形の安定性という観点の研究は進展しなかった.

本講演ではまず, Fast diffusion 方程式の Cauchy-Dirichlet 問題に対する解の挙動やその漸近形に関するこれまでの研究の流れについて紹介する. その後, 漸近形の安定性に関する講演者のこれまでの取り組みについて解説する. 特に漸近形の候補が複数存在し, 初期値のとり方によって解の漸近形が変わってくるような場合を対象とする. 漸近形の安定性に関する概念の定式化や (関数空間上で) 孤立する漸近形の安定性に対する判定条件 (梶木屋龍治氏 (佐賀大学) との共同研究), さらに集積した漸近形の安定性解析について近年得られた結果, 及び最小エネルギーをとる非退化な漸近形の指数安定性に関する結果について解説する. そこで Lojasiewicz-Simon 不等式に代表される勾配不等式が安定性解析に於いて果たす役割についてもコメントしたい.