

アブストラクト：

Clay 財団は2000年に、21世紀に解かれるべき数学の未解決問題を7つ挙げた。それぞれに100万ドルの懸賞金がかけられている。そのうちのひとつが、流体力学の基礎方程式である3次元非圧縮Navier-Stokes方程式の滑らかな時間大域解の一意存在、または解の爆発を導くことである（粘性係数をゼロとしたときのEuler方程式の場合も同様に未解決問題となっはいるが、それに関しては100万ドルの懸賞金はかけられていない）。数学解析分野で長年取り組まれてきている未解決問題だが、いまだに最終的な解決に至っていない。それどころか、解決に至ると期待される解析道具すら見出されていないのが現状である。

そのような状況のもと、近年、双曲的平面せん断流に関する非圧縮Euler流の数学研究が、Bourgain-Li (2015) の「norm-inflation」やKiselev-Sverak (2014) の「渦度勾配のsharpな時間増大」といったbreakthrough以降、盛んになってきている。「双曲的平面せん断流」とは、 $(-x_1, x_2)$  で代表されるようなベクトル場で生成される流れを意味する（実際にはもっと複雑ではある）。その研究fieldでは、流体方程式全般に本質的に内在する「圧力」に対して、今までにはない深い洞察を繰り広げている。何の境界条件も課されていないユークリッド空間上における流体方程式の「圧力」は一般的にリース変換という特異積分作用素を使って表現される。そのリース変換に対する非有界性、具体的には、criticalな関数空間（例えば連続関数全体）におけるリース変換の非有界性に着目している。

このように、特異積分作用素の非有界性に着目した圧力解析が進展してきているが、本講演では、そのような特異積分作用素は一切使わず、代わりにフルネ・セレの公式と動標構を使った新たな圧力解析を紹介したい。特異積分作用素はnonlocal operatorであり、従って、或る一点の流体粒子の振る舞いを洞察する為に、空間全体の振る舞いを考慮に入れなければならない点が難点となっている。しかしながら、このようなフルネ・セレの公式と動標構のアイデアを使うと、或る一点の流体の振る舞いは、その一点付近の流体の振る舞いのみによって特徴付けることが出来る。この新しい圧力解析を使って、三次元軸対称オイラー流に対する「起こり得る流体の幾何学的形状、起こり得ない流体の幾何学的形状」の分類を試みる。