

## 3次元多様体の安定写像と双曲体積について

石川昌治（東北大学大学院理学研究科）

安定写像は多様体の性質を調べるために用いられる重要な概念である。例えば、3次元多様体上のモース関数や circle-valued モース関数は1次元多様体への安定写像であり、モース理論や Heegaard 分解など様々な視点で研究に利用されている。曲面上のモース関数から得られるホモロジーの情報は曲面の位相型を決定するのに十分であるが、3次元多様体上のモース関数から3次元多様体の位相的情報を導き出すことは難しい。そこで多様体の情報をより多く含んでいる3次元多様体から平面への安定写像に注目し、研究を行う。

佐伯修氏は1996年の論文で、3次元多様体がグラフ多様体であることと、3次元多様体から平面への安定写像で、カusp特異点およびある特別な特異ファイバーを持たないものが存在することが同値であることを示した。F. Costantino と D. Thurston は2008年の論文で、Turaev の shadow の頂点の数と双曲体積との間に不等号が成り立つことを示している。安定写像の Stein factorization と shadow は非常に類似しており、実際 Costantino と Thurston の論文でもその対応を利用して議論が進められている。論文では shadow の頂点の近傍に対応する3次元多様体のピースに双曲構造を入れることで、3次元多様体の双曲体積の評価が与えられる。安定写像と shadow の対応は、同様の考察が安定写像でも可能であることを示唆している。

講演では安定写像による3次元多様体の complexity の概念を導入し、その complexity により3次元多様体の Gromov norm を上下から評価できることを紹介する。3次元多様体は安定写像の Stein factorization から Turaev の reconstruction により復元される。この方法により安定写像の具体的な構成が可能となる。例えば8の字結び目補空間に complexity 1 の安定写像が存在することが確認できる。

本研究は古宇田悠哉氏（広島大学）との共同研究である。