

## 数体の乗法的情報による加法構造の復元

星 裕一郎 (京都大学 数理解析研究所)

数に対するもっとも基本的な操作として、“足し算”と“掛け算”というものがあります。この足し算・掛け算という2つの操作は、非常に複雑に絡み合っており、整数に関する様々な問題の難しさは、ある意味において、この複雑な絡み合いに起因していると考えられます。例えば、この“複雑な絡み合い”という現象の簡単な例として、以下のような観察が挙げられます。

• 整数を“素因数分解”によって記述するという行為は、掛け算の世界におけるもっとも基本的な数の理解の方法である。一方、この素因数分解の様子は、足し算という操作とは、まったく相性が良くない。

...  $\overset{+1}{\rightsquigarrow}$   $12 = 2^2 \cdot 3$   $\overset{+1}{\rightsquigarrow}$   $13 = 13$   $\overset{+1}{\rightsquigarrow}$   $14 = 2 \cdot 7$   $\overset{+1}{\rightsquigarrow}$   $15 = 3 \cdot 5$   $\overset{+1}{\rightsquigarrow}$   $16 = 2^4$   $\overset{+1}{\rightsquigarrow}$  ...

(“ $\overset{+1}{\rightsquigarrow}$ ”の前の分解の様子から、“ $\overset{+1}{\rightsquigarrow}$ ”の後の分解の様子を予測することは困難.)

• ある整数を  $n$  乗 (ここで  $n$  は正整数) して得られる整数を“ $n$  乗的整数”と呼ぶことにすると、与えられた整数が  $n$  乗的であるという性質は、掛け算の世界では容易に判定することができる (しかし、 $n \geq 2$  ならば比較的珍しい) 性質である。一方、 $n \geq 3$  に対して、“ $n$  乗的な2つの非零整数の和として  $n$  乗的な非零整数を得ることができるか”という問題 (= Fermat 予想) は非常に難しい問題であった。

この講演では、上で述べた“複雑な絡み合い”の1つの表出として、数体の加法はその乗法的な情報によって記述・復元することができる、という主張 (“内田の補題”の数体版) について、解説を行おうと思います。