

特異空間および Dirichlet 空間上の山辺の問題

芥川 和雄 (東京工業大学大学院理工学研究科)

アブストラクト：下記の2つの論文の内容を解説したい．閉リーマン多様体上の定スカラー曲率計量への共形変形に係る山辺の問題は，現在では一応完全に解決されている．その後，山辺不変量と呼ばれる微分位相不変量などの研究へと発展している．この不変量の研究に係る問題の一つに，閉リーマン多様体の族の極限として現れる極限空間上の山辺の問題がある．すなわち，特異空間上の山辺の問題である．[ACM 1]では，(オービフォールド，conic 多様体，simple edge-cone 空間，iterated edge-cone 空間など特異空間を含む) ほとんどリーマン的なコンパクト測度距離空間上での山辺の問題を扱っている．そして，generic な場合にはこの山辺の問題が解けることを示している．この測度距離空間は，open dense などところでリーマン多様体の構造を持つような空間であることに注意しておく．[ACM 2]では，対象となる特異空間をさらに Dirichlet 空間へと一般化する．この空間は，(有限) 測度空間とその上の Dirichlet 形式の組として定義される．この空間は，多様体の構造，さらには距離構造すら持たないことに注意しておく．与えられた Dirichlet 空間がソボレフの不等式を満たすとき，この空間上で (一般化された) 山辺の問題および対応する Aubin の不等式を定式化することが出来る．さらにこの Aubin の不等式が strict のとき，この空間上で山辺の問題が解ける．また [ACM 1] で導入された局所山辺定数，局所ソボレフ定数の概念およびこの Dirichlet 空間上での結果 [ACM 2] を使うと，例えば，可積分でない CR 多様体上の CR 山辺の問題の (generic な場合の) 可解性が，その系として得られる．

[ACM 1] K. Akutagawa, G. Carron and R. Mazzeo, *The Yamabe problem on stratified spaces*, preprint (2012), arXiv:1210.8054v1.

[ACM 2] —, *The Yamabe problem on Dirichlet spaces*, preprint (2013) arXiv:1306.4373v1.