

Cotangent function of Atiyah-Singer and extended Zagier reciprocity

足利 正 (東北学院大学)

余接関数はリーマンゼータの特殊値の導出や多重三角関数等を始めとして数論の各所に登場するが, ここでは余接積を基にした Hirzebruch-Zagier による高次 Dedekind 和を考えよう。この概念は位相幾何的には符号数作用素に関する孤立 Lefschetz 固定点公式に対応するが, 我々はそれを非孤立な場合に拡張した Atiyah-Singer の仕事に現われる余接積を定数項に持つある多変数有理型関数に着目しよう。この有理型関数 (Atiyah-Singer 余接関数と呼びたい) を基にして我々は「重み付き Dedekind 和」の概念を定義し, それに関するある種の相互律を示すことができるが, それは Zagier 相互律と呼ばれるものの拡張となっている。

この幾何的意味は次のとおりである。孤立巡回商特異点に対して Oka-Fujiki 型トーリックブローアップを施すことにより複数の一般には非孤立な巡回商特異点達を得るが, 我々の相互律はそれらの特異点達の「巡回的対称性」を示していると見ることができる。

なおこの定式化には, 小学校で習う真分数を拡張した高次元真分数の概念とそれに関する多重ユークリッド互除法を用いる。また同時にこの特異点の解消プロセスを統制する高次元連分数の概念も定式化できる。

証明は主としてトーリック幾何を中心とする代数幾何的手法による。