

# 相転移現象の位相的な起源

新居俊作 (九大数理)

個体である氷を暖めると融けて液体の水になり更に暖めると気体の水蒸気になる、というような現象は様々な物質において観察される。この個体、液体、気体というような物質の状態のことを相と呼び、温度のような熱力学的なパラメタの変化によってある相から異なる相に物質の状態が変化するような現象は相転移と呼ばれる。

この様な相の変化は、マクロな現象として観察されるものであり、ミクロなレベルでは、分子間の相互作用が異なる相に置いて異なっている訳ではない。熱力学的には、二つの相の間の転移は熱力学的な量の不連続な変化によって特徴付けられる。例えば、水が水蒸気になる場合には、潜熱を吸収するため、温度変化に対しエントロピーが不連続に変化する。

そこで、物質の熱力学的な変数を変化させた時にどのようにしてマクロな相転移現象がミクロな相互作用の結果として現れて来るのかを説明するのが平衡統計力学の一つのトピックになっている。

数学的にはこの問題は、分子やスピンなどの相互作用を記述するポテンシャルを与えて、それに基づきエントロピーや磁化等の熱力学的な量を定めて、粒子数が無限大の極限におけるそれらの量の発散や不連続性を解析することとなる。

相転移の問題はこれまで主に解析的な手法を用いて研究されてきたが、最近になってこの問題を位相的な視点から捉え直す試みが始まっている ([1] 等)。そこでの議論では、与えられたポテンシャルに対する相空間内の等エネルギー曲面の位相の「大きな」変化が様々な熱力学的量の発散や不連続性の起源になっているのではないかと推測されている。

この視点の傍証としては、エネルギー関数がモース関数になっている場合には、等エネルギー曲面の「大きな」位相的な変化は起きないことが議論されている ([2])。

本講演では、この様な相転移に対する位相的な視点からのアプローチについて紹介し、更なる傍証として、generic な最近接相互作用については、任意のシステムサイズに対しエネルギー関数がモース関数になることを議論する。

## 参考文献

- [1] M.Pettini, *Geometry and Topology in Hamiltonian Dynamics and Statistical Mechanics*. Springer (2007).
- [2] M.Bertelson and M.Gromov, *Dynamical Morse Entropy*. in *Modern dynamical systems and applications*, pp. 27-44, Cambridge Univ. Press. (2004)