

# 非負シュレーディンガー熱半群と Hot Spots の時間大域挙動

石毛和弘 (東北大・理)

本講演は大阪府立大の壁谷喜継氏との共同研究であり、ポテンシャル項付き熱方程式の初期問題

$$(1) \quad \begin{cases} \partial_t u = \Delta u - V(|x|)u & \text{in } \mathbf{R}^N \times (0, \infty), \\ u(x, 0) = \phi(x) & \text{in } \mathbf{R}^N \end{cases}$$

について考察する. ただし,  $\partial_t = \partial/\partial t$ ,  $N \geq 3$ ,  $\phi \in L^2(\mathbf{R}^N)$  とし,  $V = V(|x|)$  は滑らかな非正球対称関数であり

$$(2) \quad V(x) = \omega|x|^{-2}(1 + o(1)) \quad \text{as } |x| \rightarrow \infty,$$

をみたすとする. ここで,  $\omega \in (-\omega_*, 0]$ ,  $\omega_* = (N-2)^2/4$  とする. この講演を通して, 作用素  $H := -\Delta + V$  は  $L^2(\mathbf{R}^N)$  上の非負な作用素, つまり,

$$\int_{\mathbf{R}^N} \{|\nabla\varphi|^2 + V(|x|)\varphi^2\} dx \geq 0, \quad \varphi \in C_0^\infty(\mathbf{R}^N)$$

と仮定する. この講演では, これらの仮定の下, (1) の解  $u$  の挙動, 特に,

- 解  $u$  の  $L^q(\mathbf{R}^N)$ -norm ( $q \geq 2$ ) の時間減衰の速さ;
- 解  $u$  とその hot spots

$$H(t) = \left\{ x \in \mathbf{R}^N : u(x, t) = \max_{y \in \mathbf{R}^N} u(y, t) \right\}.$$

の時間大域挙動

について参考文献 [1] の結果を中心に述べて行く. この講演を通して, これらの挙動の背景には, 作用素  $H$  に対する正值調和関数の空間無限遠点での挙動が重要な役割を担っていることを解説する.

## References

- [1] K. Ishige and Y. Kabeya,  $L^p$  norms of nonnegative Schrödinger heat semigroup and the large time behavior of hot spots, preprint.
- [2] M. Murata, Structure of positive solutions to  $(-\Delta + V)u = 0$  in  $\mathbf{R}^n$ , Duke Math. J. **53** (1986), 869–943.
- [3] B. Simon, Large time behavior of the  $L^p$  norm of Schrödinger semigroups, J. Funct. Anal. **40** (1981), 66–83.