

## 非可換解析学の構築 微分方程式特論第二 開講前口上

10月03日開講, 10.40-12.10, H114B, 井上淳

—— 大学院用講義だが3,4年生でも分かる素朴な問題と方法論

実変数の関数の性質を調べるのが実解析学、複素変数の関数の性質を調べるのが複素解析学と大雑把に言ってしまう。実あるいは複素空間を“一般化”して、Banach空間上での differentiable calculus は、例えば、S. Lang の “Differentiable Manifolds” や J.A. Dieudonné “Treatise on Analysis” という試みとして存在する。ところが、無限次元 Fréchet 空間上の関数に対しては、陰関数定理や逆関数定理が一般には成立しないので、モデルを Fréchet 空間とする chart を持つような Fréchet Manifold という一般概念はない。

では、「基礎体」を可換から非可換とすべき解析学はあるとしたらどうあるべきだろうか？ 偏微分方程式系や RMT<sup>1</sup> に応用されはじめ、**知的好奇心と体力・気力が頼り**。

この講義では、考える「基礎体もどき」を可算無限個の Grassmann 生成元をもつ Fréchet-Grassmann 「代数」とするときの解析学の有り様を述べる。これは、Feynman の経路積分表示に関する問題や、それを含む偏微分方程式系の新しい取り扱いに必要で、いわゆる具体例からはなれた「既存結果の一般化」を求める考えからの所産ではない。但し、ここで扱う非可換性は  $2^d \times 2^d$  サイズの行列に対応する（スーパー的な）ものでしかない。

1. Feynman の経路積分表示とは何か？ Feynman の呟き
2. Dirac 方程式と Weyl 方程式の導出
3. 何故、このような基礎体もどきが必要なのか？ 外積代数と行列の微分作用素表現
4. Fréchet-Grassmann algebra  $\mathfrak{A}$  とスーパー空間  $\mathfrak{A}^{m|n}$
5. スーパー空間上の線形代数学、super-determinant and super-trace, etc
6. スーパー空間上の微積分学、super smooth functions and implicit function theorem, etc
7. スーパー空間上の Fourier 変換とその応用
8. Weyl 方程式の基本解の「経路積分的」表示

ホームページ：<http://www.math.titech.ac.jp/~inoue/SLDE2-08.html>

注意：1年半前に「スーパー空間上の解析学入門」という題目で講義したが、その基礎部分である微分積分、線形代数を極めてゆっくりと講義する。学部前期の2年間にやった事柄の復習をすることにもなろうし、修士や博士論文のネタも落ちているかもしれないぞ。

---

<sup>1</sup>Random Matrix Theory