

開講：大域解析学第二

内容：Navier-Stokes 方程式入門 井上淳

10月01日開講, 10.40-12.10, H114B 講義室

—— 大学院用講義だが3,4年生でも分かるよう話し始める予定

Navier-Stokes 方程式は「非圧縮性粘性流体の運動方程式」として「広く受け入れられている」非線形偏微分方程式である。その粘性がない場合が Euler 方程式といわれ、これは数理物理からだけではなく、有限次元多様体上の体積保存微分写像族の中でエネルギーを極小にするものとして、即ち、 $\text{Diff}_\sigma(M)$ の測地線流を表す方程式とも考えられる。

これらの方程式は認知されているにもかかわらず、その解の存在、一意性、正則性、漸近的挙動についてまだ完全な解決にはいたっていないのである。

この講義では、以下の2つの論文を下敷きにして非線形偏微分方程式の数学的解法へのトッカカリと実解析への橋渡しを目指すものである：

M. Cannone: *Harmonic Analysis Tools for Solving the Incompressible Navier-Stokes Equations*, Handbook of Mathematical Fluid Dynamics, Chapter 3 of vol.III, eds S.J. Friedlander and D. Serre, Elsevier B.V, (2004), pp. 161-244.

R. Temam: *Some Developments on Navier-Stokes Equations in the second half of the 20th Century*, Development of Mathematics 1950-2000, ed. J.P. Pier, Birkhäuser, Basel (2000), pp. 1049-1106.

古典的仕事の勉強は必要だが、いつまで昔の人の仕事を勉強しなければならないのかと思いつつ、新しい設定下では結果がどう変わるのかと考えていく方が楽しいだろう。

1. Euler 方程式、Navier-Stokes 方程式の導出について
2. 準備：超関数の空間、Fourier 変換論入門、Sobolev 空間
3. Hopf の解について
4. Kato-Fujita の解について
5. 一意性に関する Serrin の結果について
6. あるクラスの弱解 (suitable weak solution)
7. 実解析学、調和解析学からの成果？

数学教室ホームページ「スタッフ紹介」井上欄に講義録（予定と講義内容）を置く。