

「微分積分学第2B」中間試験 2004年度 V類S組 2004.12.17. 10:40-12:10 井上淳

問題は4題、答案用紙は4枚綴りである。良く整理して答案を記入して欲しい。万が一紙が不足した場合は、その旨を明記し、裏にも解答して良い。

授業や演習に関する物言い(助言、苦情等)感想を是非記して下さい(試験後1週間以内にe-mailで私宛に送ってくれるのがもっとも望ましい)。それによってボーダーライン付近の点が増えることがあっても、減ることはない!

=====

[1] 以下の(広義)積分の値を求めよ。

$$(i) \int_0^1 x^m (\log x)^n dx \quad (m > -1), \quad (ii) \int_a^b \frac{dx}{\sqrt{(x-a)(b-x)}} \quad (a < b), \quad (iii) \int_{-1}^1 \frac{dx}{(a-x)\sqrt{1-x^2}} \quad (a > 1).$$

ヒント：(i) 漸化式を考えよ。(ii) 変数変換 $t = \sqrt{(b-x)/(x-a)}$ を用いよ

[2] 次の不定積分を求めよ。

$$(i) \int \arccos(3x) dx, \quad (ii) \int \frac{1}{x+2\sqrt{x-1}} dx, \quad (iii) \int \frac{x}{(x-a)\sqrt{x+b}} dx.$$

%%%

ヒント：基本的な関数の原始関数(右辺の関数を微分したものが左辺の被積分関数となる)のリスト。

$$\begin{aligned} \int x^\alpha dx &= \frac{1}{\alpha+1} x^{\alpha+1} \quad (\alpha \neq -1), & \int \frac{dx}{x} &= \log|x|, \\ \int e^x dx &= e^x, & \int a^x dx &= \frac{a^x}{\log a} \quad (a > 0, a \neq 1), & \int \log|x| dx &= x \log|x| - x, \\ \int \sin(ax+b) dx &= -\frac{1}{a} \cos(ax+b) \quad (a \neq 0), & \int \cos(ax+b) dx &= \frac{1}{a} \sin(ax+b) \quad (a \neq 0), \\ \int \sec^2(ax+b) dx &= \frac{1}{a} \tan(ax+b) \quad (a \neq 0), & \int \tan(ax+b) dx &= -\frac{1}{a} \log|\cos(ax+b)| \quad (a \neq 0), \\ \int \frac{dx}{x^2-a^2} &= \frac{1}{2a} \log \left| \frac{x-a}{x+a} \right| \quad (a \neq 0), & \int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} &= \arcsin \frac{x}{a} \quad (a \neq 0), & \int \frac{dx}{x^2+a^2} &= \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} \quad (a \neq 0), \\ \int \sqrt{a^2-x^2} dx &= \frac{1}{2} \left(x \sqrt{a^2-x^2} + a^2 \arcsin \frac{x}{a} \right) \quad (a > 0), \\ \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+A}} &= \log|x + \sqrt{x^2+A}| \quad (A \neq 0), \\ \int \sqrt{x^2+A} dx &= \frac{1}{2} (x \sqrt{x^2+A} + A \log|x + \sqrt{x^2+A}|) \quad (A \neq 0). \end{aligned}$$