

数学の試験とは、「誰かさんの答を写しておく」「カンニングペーパー」等の禁じ手は使わずに、自由な考えで課題に答えて良いものである。但し、同義語反復（トートロジー）には気をつけて欲しい。

(Google 検索ででてきた『命題がトートロジー（同語反復）になってしまうという例』より)

・健康はよい。なぜなら、健康は幸福をもたらすからであり、幸福は望ましいからだ。

「では、なぜ幸福は望ましいのか？」

・それは「望ましい」ということこそ「幸福」ということの意味だからだ。

という答え方のこと。

即ち、数学の試験において、定理  $A$  の内容の証明を問われているとき、「これは定理  $A'$  により成立つ」という解答は  $A = A'$  の場合は勿論  $A$  と  $A'$  がほぼ同じでも意味をなさないし、「これを定理  $A$  と言うのですか」といかに弁明も役立たない！

試験の出来栄については「時の運」であり、自分の理解の状態を調べる一つの方法でしかない、と欲しているものである。試験時間は少ないが、この試験問題で『「あっ、分かった」を経験する』ことを期待する。

これから君たちが立ち向かう「創造」の世界は内容が新しければ新しい程、君たち自身の「理解」のみが頼りになる！別の表現をすれば、「新しいこと」はそれが根本的な概念であればある程世の中には簡単に受け入れられず、その逆境に耐え得る力は自分の理解に対する信念だけになる！

もし試験が易しすぎた場合は「あっ、そう」としかならないので、そのような諸君には済まないで、その旨注文をつけてくれれば期末試験には反映できる。如何なる悪口の感想でも「授業に対する貢献」と見なされ単位取得への最後の切り札となり得る。

===== 以下問題 =====

実数の性質として、

- (i) 「大小関係が存在する」、
  - (ii) 「四則演算が可能である」、
  - (iii) 「上に有界な実数の集合には上限がある」
- を前提として以下の問に答えよ。

1 「 $x$  を非負な実数とする。もし、任意の正数  $\epsilon$  に対して  $x \leq \epsilon$  となるならば、 $x$  は 0 である」ことを証明せよ。

2 「数列  $\{a_n\}$  は  $\alpha$  に収束する」とはどういうことが定義を述べよ。更に「数列  $\{a_n\}$  は収束しない」を示すには何をどう示したら良いか述べよ。

3 以下の式

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^h - 1}{h} = 1$$

について論ぜよ（ヒント：何を前提とし、何がツボ（肝要な点）であったか明示し簡潔に述べよ）。