

「6+7 類 V 組 微分積分学第 1 期末試験問題-8 月 2 日」

H101 号室, 5-8 時限、 井上淳, 2006.8.2.

1 $0 < a, 0 < b$ として、以下の極限值を求め、その計算過程を明示せよ。

$$(i) \lim_{x \rightarrow (\pi/2)^-} (\tan x)^{\cos x}, \quad (ii) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x}, \quad (iii) \lim_{x \rightarrow -\infty} (a^x + b^x)^{1/x}.$$

2 (1) $y = \sin(b \arcsin x)$ (b は定数) は

$$(1 - x^2)y'' - xy' + b^2y = 0 \quad (-1 < x < 1)$$

を満たす事を示せ.

(2) $y^{(n)}(0)$ ($n = 1, 2, \dots$) を求めよ.

3 関数 $f(x, y) = (x^2 - y^2)e^{-(x^2+y^2)}$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, の極値点を求め、極大、極小を判定せよ。

4 $f(x, y) = e^x \cos y$ を $1 + x + \frac{1}{2}(x^2 - y^2)$ で近似したときの誤差は、 $(|x| + |y|)^3 e^{|x|}/6$ で押さえられる事を示せ。

「6+7 類 V 組 微分積分学第 1 期末試験問題-8 月 2 日」

H101 号室, 5-8 時限、 井上淳, 2006.8.2.

1 $0 < a, 0 < b$ として、以下の極限值を求め、その計算過程を明示せよ。

$$(i) \lim_{x \rightarrow (\pi/2)^-} (\tan x)^{\cos x}, \quad (ii) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x}, \quad (iii) \lim_{x \rightarrow -\infty} (a^x + b^x)^{1/x}.$$

2 (1) $y = \sin(b \arcsin x)$ (b は定数) は

$$(1 - x^2)y'' - xy' + b^2y = 0 \quad (-1 < x < 1)$$

を満たす事を示せ.

(2) $y^{(n)}(0)$ ($n = 1, 2, \dots$) を求めよ.

3 関数 $f(x, y) = (x^2 - y^2)e^{-(x^2+y^2)}$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, の極値点を求め、極大、極小を判定せよ。

4 $f(x, y) = e^x \cos y$ を $1 + x + \frac{1}{2}(x^2 - y^2)$ で近似したときの誤差は、 $(|x| + |y|)^3 e^{|x|}/6$ で押さえられる事を示せ。