微分積分学第一　V類T組 中間試験（2005年6月30日）井上淳

● 問題は3題、答案用紙は3枚綴りである。良く整理して答案を記入して欲しい。万が一紙が不足した場合は、裏を使うことを明記し、裏にも解答して良い。

● 授業や演習に関する物言い（助言、苦情等）や感想を是非記して下さい（時間がない場合はメールで１週間以内に)。それによってボーダーライン付近の点が増えることがあっても、減ることはありません！

● 以下では逆三角関数は $\arcsin x$, $\arccos x$, $\arctan x$ と記すが、演習等では $\sin^{-1} x$, $\cos^{-1} x$, $\tan^{-1} x$ と記されていた。これは、$\sin^{-1} x$ を $\frac{1}{\sin x}$ と間違うことを妨げる為である。

==================

$\boxed{\mathbf{1}}$ a を定数とする。次の方程式の解の個数を調べよ。

$$2x \arctan x - \log\left(1+x^2\right) = a.$$

$\boxed{\mathbf{2}}$ 以下の極限を求めよ。但し、n は自然数、λ は実数とする。

$$(1)\ \lim_{x\to\frac{\pi}{2}-0} (\tan x)^{\cos x}, \qquad (2)\ \lim_{x\to 1-0} \frac{x - nx^n + (n-1)x^{n+1}}{(1-x)^{\lambda}}.$$

$\boxed{\mathbf{3}}$ $f(x,y) = \log(1+xy)$ の $(x,y) = (0,0)$ での Taylor 展開の3次までの項と、剰余項 R_4 を求めよ。(Hint: 1変数関数 $g(t) = \sum_{k=0}^{3} \frac{g^{(k)}(0)}{k!} t^k + R_4$ のとき $R_4 = \frac{g^{(4)}(\theta t)}{4!} t^4$ となること、また2変数関数の Taylor の定理の証明方法を思い出せ)