

数学の試験とは、「誰かさんの答を写しておく」等の禁じ手は使わずに、自由な考えで課題に答えて良いものである。正しい定理名を挙げ、正しい使い方をして、文句の付け難い答案を書いてあれば、その定理は講義で説明されていなくても使って良い。

何でも改革と唱えれば良いらしいからと、「小泉の定理により」等というのは、永田町ではともかく大岡山での数学試験では通用しない。勿論これを説明せよという問題に対して、これは誰々の定理から明らかというような解答は、問題の出題意図がその誰々の定理の証明を求めているか、その誰々を特定しろという意図なのか、判断を間違うと国語力欠如と見なされる。

試験の出来栄については「時の運」であり、自分の理解の状態を調べる一つの方法でしかない、と思って欲しいものである。これから君たちが立ち向かう「創造」の世界は内容が新しければ新しい程、君たち自身の「理解」にのみ依るのだから！試験時間は少ないが、この試験問題で「あっ、分かった」を経験することを期待する。もし試験が易しすぎた場合は「あっ、そう」としかならないので、そのような諸君には済まない。その旨注文をつけてくれれば期末試験には反映できるかもしれない。

=====

1 [5 点] 次の方程式を解け。

$$\tan^{-1} \frac{1}{3} + \tan^{-1} \frac{1}{5} + \tan^{-1} x = \frac{\pi}{4}$$

2 [5 点] 関数 $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$ の第 n 次導関数を求めよ。

3 [5 点] 次の関数の定義域と導関数を求めよ。

$$f(x) = \sin^{-1} \left(\frac{1-x}{1+x} \right)$$

4 [5 点] (1) n を 2 より大きな任意の 自然数とする。 x に関する方程式

$$e^x = x + n$$

の $x > 0$ における解はただ 1 つ存在し、それは区間 $(\log n, \log(2n))$ にあることを示せ。

(2) [この問には 答える必要は無い が、正解者には 10 点までを与える] (1) で得られた解を a_n としたとき、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - \log n) = 0$$

が成り立つことを示せ。さらに

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\log n} (a_n - \log n)$$

の値を求めよ。

注意：受験者の注意により 4 (1) の下線部分は試験中に訂正した。 $n = 1$ の場合 $x = 0$ で $e^0 = 0 + 1$ が成立するからである。