

問題は2題、答案用紙は4枚綴りである。良く整理して答案を記入して欲しい。

授業や演習に関する物言い(助言、苦情等)感想を是非記して下さい。

=====

1 (a) Dirichlet 関数 $\chi_{\mathbb{Q}}$

$$\chi_{\mathbb{Q}}(x) = \begin{cases} 1 & x \in \mathbb{Q} \cap [0, 1], \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

は $[0, 1]$ 上 Riemann 積分可能ではないことを示せ。

(b) Dirichlet 関数 $\chi_{\mathbb{Q}}$ は $[0, 1]$ 上 Henstock-Kurzweil 積分可能なることを示し、積分値を求めよ。

2 $[x]$ を x を越えない最大の整数とすると、 $\varphi(x) = [x]$ は単調増加関数となる。 $I = [-1, 1]$ とする。 $f \in C(I; \mathbb{R})$ に対して $f \in \mathcal{R}_{\text{HK}}(I; \varphi)$ なることを示し、積分値 $\int_I f d\varphi$ を求めよ。

問題は2題、答案用紙は4枚綴りである。良く整理して答案を記入して欲しい。

授業や演習に関する物言い(助言、苦情等)感想を是非記して下さい。

=====

1 (a) Dirichlet 関数 $\chi_{\mathbb{Q}}$

$$\chi_{\mathbb{Q}}(x) = \begin{cases} 1 & x \in \mathbb{Q} \cap [0, 1], \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

は $[0, 1]$ 上 Riemann 積分可能ではないことを示せ。

(b) Dirichlet 関数 $\chi_{\mathbb{Q}}$ は $[0, 1]$ 上 Henstock-Kurzweil 積分可能なることを示し、積分値を求めよ。

2 $[x]$ を x を越えない最大の整数とすると、 $\varphi(x) = [x]$ は単調増加関数となる。 $I = [-1, 1]$ とする。 $f \in C(I; \mathbb{R})$ に対して $f \in \mathcal{R}_{\text{HK}}(I; \varphi)$ なることを示し、積分値 $\int_I f d\varphi$ を求めよ。